

BROVILLON PROIECT D'VNE ATTEINTE AVX
evenemens des rencontres du Cone avec un Plan, Par L. S. G. D. L.



Il ne sera pas malaisé de faire icy la distinction necessaire d'entre les impositions de nom, autrement definitions, les propositions, les demonstrations, quand elles sont en suite. Et les autres especes de discours non plus que de choisir entre les figures celle qui à raport au periode qu'on lit, ou de faire ces figures sur le discours.

Noms imposés

Chacun pensera ce qui luy semblera convenable ou de ce qui est icy deduit, ou de la maniere de le deduire, & verra que la raison essaye à cognoistre des quantitez infinies d'une part: ensemble de celles qui s'apetissent iusques à reduire leurs deux extremités opposées en vne seule, & que l'entendement s'y pert, non seulement à cause de leurs imaginables grandeur & petitesse, mais encore à cause que le raisonnement ordinaire le conduit à en conclure des proprietés, d'où il est incapable de comprendre comment, c'est qu'elles sont.

Icy toute ligne droicte est entendue alongée au besoin à l'infiny d'une part & d'autre.

Vn semblable alongement à distance infinie d'une part & d'autre en vne droicte, est icy representé par vne rangée de poinctz alignez d'une part & d'autre en suite de cette droicte.

Pour donner à entendre de plusieurs lignes droictes, qu'elles sont toutes entre-elles où bien paralleles, où bien inclinées à mesme poinct. Il est icy dict, que toutes ces droictes sont d'une mesme *ordonnance* entre elles, par où l'on conceura de ces plusieurs droictes, qu'en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux especes de position elles tendent toutes à vn mesme endroit.

Ordonnance de lignes droictes.

L'endroit auquel on conçoit que tendent ainsi plusieurs droictes en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux especes de position, est icy nommé, *but*, de l'ordonnance de ces droictes.

But, d'une ordonnance de droictes.

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs droictes en laquelle elles sont toutes paralleles entre elles, il est icy dict, que toutes ces droictes sont entre elles d'une mesme *ordonnance*, dont le but est à distance infinie en chacune d'elles d'une part & d'autre.

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs droictes, en laquelle elles sont toutes inclinées à vn mesme poinct, il est icy dict, que toutes ces droictes sont entre elles d'une mesme *ordonnance*, dont le but est à distance finie en chacune d'elles.

Ainsi deux quelconques droictes en vn mesme Plan, sont entre elles d'une mesme *ordonnance*, dont le but est à distance ou finie, ou infinie.

Icy tout Plan est entendu pareillement étendu de toutes parts à l'infiny.

Vn semblable étendue d'un Plan à l'infini de toutes parts, est icy representé par vn nombre de poinctz semez de toutes parts aux extremités du Plan.

Pour donner à entendre de plusieurs Plans, qu'ils sont tous entre eux ou bien parallels, ou bien inclinez à vne mesme droicte, il est icy dict, que tous ces Plans sont entre eux d'une mesme *ordonnance*, par où l'on conceura de ces plusieurs Plans qu'en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux especes de position, ils tendent tous à vn mesme endroit.

Ordonnance de Plans.

L'endroit auquel on conçoit que tendent ainsi plusieurs Plans en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux especes de position, est icy nommé, *but*, de l'ordonnance de ces Plans.

But, d'une ordonnance de Plans.

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs Plans, en laquelle ils sont tous parallels entre eux, il est icy dit que tous ces Plans sont entre eux d'une mesme *ordonnance*, dont le but est en chacun d'eux à distance infinie de toutes parts.

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs Plans en laquelle ils sont tous inclinez à vne mesme droicte, il est icy dit que tous ces Plans sont entre eux d'une mesme *ordonnance*, dont le but est en chacun d'eux à distance finie.

Ainsi deux quelconques Plans sont entre eux d'une mesme *ordonnance*, dont le but est en chacun d'eux à distance ou finie ou infinie.

En conceuant qu'une droicte infinie ayant vn poinct immobile se meut en toute sa longueur, on void qu'aux diuerses places qu'elle prend en ce mouuement, elle donne ou represente comme diuerses droictes d'une mesme *ordonnance* entre elles, dont le but est son poinct immobile.

Quand le poinct immobile de cette droicte y est à distance finie, & qu'elle se meut en vn Plan, on void qu'aux diuerses places qu'elle prend en ce mouuement elle donne ou represente comme diuerses droictes d'une mesme *ordonnance* entre elles, dont le but (son poinct immobile) est en chacune d'elles à distance finie, & que tout autre poinct que l'immobile de cette droicte va traceant vne ligne simple vniforme, & dont les deux quelconques parties sont d'une mesme

...s'impos-
ser.

conformation, & conuiennent entre elles; c'est à dire, courbée en pleine rondeur autrement la cir-
culaire toujours également éloignée du point immobile.

Quand le point immobile de cette droite y est à distance infinie, & qu'elle se meut en vn
Plan, on void qu'aux diuerses places qu'elle prend en son mouuement, elle donne ou repre-
sente comme diuerses droictes d'une mesme ordonnance entre elles, dont le but (son point
immobile) est en chacunes d'elles à distance infinie d'une & d'autre part, & que tout autre point
que l'immobile de cette droite va traceant vne ligne simple vniforme, & dont les deux quel-
conques parties sont d'une mesme conformation, toujours également éloignée du point im-
mobile, & conuiennent entre elles, assauoir vne ligne droite & perpendiculaire à celle qui se
meut. Et suiuant la pointe de cette conception, finalement on y void comme vne espee de ra-
port entre la ligne droite infinie, qui est perpendiculaire à plusieurs autres diuerses droictes, &
la ligne courbée d'une courbure vniforme & qui est toujours également éloignée du but de
plusieurs droictes d'une mesme ordonnance à distance finie; c'est à dire, le rapport de la ligne
droite infinie avec la circulaire en sa pleine rondeur, en façon qu'elles paroissent estre deux
espees d'un mesme genre, dont on peut énoncer le tracement en mesme parolles.

Tronc.

Quand à diuers points d'une droite passent indifferement diuerses autres droictes, cette
droite en laquelle sont les points est icy nommée *Tronc*.

Nœuds.

Les points de ce tronc auquel passent ainsi d'autres droictes y sont nommez *Nœuds*.

Rameau.

Là quelconque autre droite qui passe à vn de ces nœuds est à l'égard du tronc nommé
Rameau.

Rameaux
droicts.

Quand deux rameaux sont paralels entre eux ils y sont nommez *Rameaux droicts*.

Rameau des-
ployé au tronc.

Quand vn rameau coupe le tronc ou s'escarte du tronc, il est icy nommé *Rameau desployé au
tronc*.

Rameau plié
au tronc.

Vne quelconque piece ou segment du tronc contenuë entre deux quelconque nœuds du mesme
tronc est icy nommé *Rameau plié*, au tronc.

Brin de Ra-
meau.

Chaque piece ou segment d'un rameau contenuë entre son nœud & quelque autre rameau de
son nœud, est icy nommé *Brin* de ce rameau.

Quand en vne droite A F H, vn point A, est commun à chacune des deux pieces A F, A D,
où bien ces deux pieces sont placées séparément, l'une A F, d'une part, & l'autre A D, de l'autre
part de leur point commun A, qui par ce moyen est entre elles deux, où bien elles sont placées
toutes deux conjointement d'une mesme part de leur point commun A, qui par ce moyen n'est
pas entre elles deux.

Point com-
mun
Engagé.

Pour donner à entendre l'espee de position de leur point commun au regard d'elles quand il
est entre elles deux, il est icy dit que leur point commun A, est *Engagé* entre elles deux.

Point com-
mun
desgagé.

Pour donner à entendre l'espee de position de leur point commun, au regard d'elles, quand
il n'est pas entre elles deux, il est icy dit que leur point commun A, est *desgagé* d'entre elles
deux.

Points d'une
couple meslez
aux points
d'une autre
couple.

Quand en vne droite D F, il y a deux couples de points C G, D F, où bien l'un des points
C, de l'une des couples C G, est placé entre les deux points de l'autre couple D F, & l'autre
point G, de la mesme couple C G, est hors d'entre les deux mesmes deux points de l'autre cou-
ple D F. où bien les deux points d'une mesme couple C G, sont de mesme tous deux, ou entre
ou hors d'entre les deux points de l'autre couple D F.

Points d'une
couple déme-
lez aux points
d'une autre
couple.

Pour donner à entendre l'espee de position des points d'une de ces deux couples au regard
des points de l'autre couple, quand l'un des points d'une couple C, est entre, & que son accou-
plé G, est hors d'entre les points de l'autre couple, il est icy dit, que les points de l'une des
couples sont meslez aux points de l'autre couple.

Borne.

Pour donner à entendre l'espee de position des points d'une de ces deux couples, au regard
des points de l'autre couple, quand les points d'une couple sont tous deux semblablement ou
entre, ou hors d'entre les points de l'autre couple, il est icy dit, que les points d'une couple
sont *déméslez* aux points de l'autre couple.

Bornale droi-
cte.

Quand en vn Plan quatre points ne sont pas tous en vne mesme droite, chaque de ces points
est à l'égard des autres icy nommé *Borne*.

Couple de
Bornales
droictes.

Chaque droite qui passe à deux quelconques de ces quatre bornes est, à l'égard de ces points,
icy nommée *Bornale droite*.

Les deux droictes qui passent l'une aux deux, & l'autre aux deux autres de quatre bornes, sont
couplées entre elles & nommées couple de *Bornales droictes*.

Chaque bornale droite peut à l'occasion estre vn tronc.

Proposition comprenant les 5. & 6. du second des Elemens d'Euclides.

Proposition comprenant les 9. & 10. du 3. des Elemens d'Euclides.

Proposition comprenant les 35. & 36. du 3. des Elemens d'Euclides.

Quand en vn mesme Plan, à trois points, comme nœuds, d'une droite, comme tronc, passent

trois quelconques rameaux déployez à ce tronc, les deux brins de quelconque de ces rameaux contenus entre leur nœud ou tronc, & chacun des autres deux rameaux sont entre eux en raison mesme que la composée des raisons d'entre les deux pareils brins de chacun de ces autres deux rameaux conuenablement ordonnez. Enoncée autrement en Ptolomé.

Quand en vne droicte A H, il y a vn poinct A, commun & semblablement engagé ou dégagé aux deux pieces de chacune de trois couples, A B, A H, A C, A G, A D, A F, dont les trois rectangles sont égaux entre eux, vne telle condition en vne droicte est icy nommée *Arbre*, dont la droicte mesme est *Tronc*.

Le poinct comme A, ainsi commun à chacune de ces six pieces A B, A H, A C, A G, A D, A F, y est nommé *Souche*.

Chacune des mesmes six pieces A B, A H, A C, A G, A D, A F, y est nommée *Branche*.

Quand les deux branches qui contiennent vn de ces trois rectangles sont égales entre elles, elles y sont nommées *Branches moyennes*.

Les deux branches comme A G, A C, ou A F, A D, ou A H, A B, dont le rectangle est égal à chacun des autres deux rectangles, y sont nommées *Branches couplées entre elles*.

Chacun des bouts separez B C D F G H, des branches de chacune des trois couples A B, A H, A C, A G, A D, A F, y est nommé *Nœud*.

Voilà comme les nœuds de l'arbre sont dispersez au long du tronc.

Les nœuds des branches moyennes y sont nommez *Nœuds moyens*.

Les deux nœuds comme G, & C, que donnent au tronc de l'arbre les deux branches d'vne quelconque mesme couple A G, A C, y sont nommez *Nœuds couplez entre eux*.

Chaque piece du mesme arbre, comme la piece G F, contenuë entre vn quelconque des nœuds G, d'vne quelconque couple G C, & vn autre quelconque nœud F, d'vne autre quelconque des autres couples D F, y est nommé *Brin de rameau plié au tronc*.

Voilà comme vn semblable brin de rameau se trouue estre ou la somme, ou la difference d'entre deux branches de deux couples diuerfes.

Deux brins de rameaux pliez au tronc comme G D, G F, qu'vne quelconque branche A G, porte d'vne part notiez ensemble à son nœud G, & qui d'autre part aboutissent l'vn à vn, l'autre à l'autre des deux nœuds D F, d'vne quelconque autre couple de branches A D, A F, y sont nommez *Brins de rameaux couplez entre eux*.

La couple de brins de rameaux comme C D, C F, que la branche A C, couplée de la branche A G, porte d'vne part notiez ensemble à son nœud C, & qui d'autre part aboutissent l'vn à vn, l'autre à l'autre des deux mesmes nœuds D F, auxquels aboutissent aussi les deux brins, de la couple G D, G F, y est nommée *Couple de brins relative à la couple aussi de brins G D, G F*.

Deux couples de brins, comme les deux couples G D, G F, & C D, C F, dont chacune, des deux branches couplées entre elles A G, A C, porte vne couple à son nœud, & qui d'ailleurs aboutissent à chacun des deux nœuds, d'vne quelconque des autres couples D F, y sont nommez *Couples de brins relatives entre elles*.

Les deux rectangles de chacune de deux couples de brins relatives entre elles, comme les rectangles des brins de la couple G D, G F, & des brins de la couple C D, C F, y sont nommez *Rectangles relatifs entre eux*.

Deux couples diuerfes de brins, comme G D, G F, G B, G H, qu'vne mesme branche A G, porte notées ensemble à son nœud G, & qui d'ailleurs aboutissent à deux couples diuerfes d'autres nœuds D F, B H, y sont nommez *Couples de brins gemelles entre elles*.

Les deux rectangles de deux couples gemelles de brins, comme de la couple G D, G F, & de la couple G B, G H, y sont nommez *Rectangles gemeaux entre eux*.

Quand en vn arbre A H, la souche A, se trouue engagée entre les deux branches de la quelconque des couples A C, A G, la mesme souche A, se trouue de mesme euidemment engagée entre les deux nœuds de chacune des couples C G, B H, & les deux nœuds de chacune des couples D F, B H.

Et par contre, quand en vn arbre A H, les deux nœuds d'vne quelconque des couples C G, sont meslez aux deux nœuds d'vne quelconque des autres couples D F, aussi la souche A, se trouue engagée entre les deux branches de chacune des couples A C, A G, A B, A H, A D, A F, & entre les deux nœuds de chacune des couples C G, D F, B H.

Quand en vn arbre A H, la souche A, se trouue degagée d'entre les deux branches de chacune des couples A C, A G, A F, A D, A B, A H, la mesme souche A, se trouue euidemment aussi degagée d'entre les deux nœuds de chacune des couples C G, D F, B H, & les deux nœuds de chacune des couples C G, D F, B H, se trouuent euidemment aussi demeslez des deux nœuds de chacune des autres couples.

Et par contre, quand en vn arbre les deux nœuds de la quelconque des couples C G, se trouuent

Noms
sez

Arbre.

Tronc.

Souche.

Branche.

Branches

moyennes.

Branches

couplées.

Nœud.

Nœuds

moyens.

Nœuds cou-

plez entr'eux.

Brin de ra-

meau plié à

son tronc.

Brins de ra-

meaux ac-

couplez en-

tre eux.

Couple de

brins relative

à vne autre

couple aussi

de brins.

Couples de

brins relative

entre

elles.

Rectangles

relatifs entre

eux.

Couples de

brins gemel-

les entre elles

Rectangles

gemeaux en-

tre eux.

*Noms impo-
sez.*

démêlez des deux nœuds de chacune des autres couples DF, aussi la souche A, se trouue dega-
gée d'entre les deux nœuds & les deux branches de chacune des couples.

Desquelles choses suit euidemment qu'estant donnée en vn arbre HB, l'espece d'une seule de
toutes ces positions de souche, de branches, & de nœuds, au regard l'un de l'autre, l'espece est
aussy donnée de chacune des autres positions d'entre le surplus des mesmes choses.

Et generalement en chacune de ces deux especes de conformation d'arbre.

Comme la quelconque des branches AG, est à son accouplée AC, ainsi le rectangle d'une quel-
conque des couples de Brins GD, GF, que porte cette quelconque branche AG, est à son relatif
le rectangle CD, CF.

Car à cause de l'égalité d'entre les rectangles des deux branches de chacune des trois couples
AB, AH, AC, AG, AD, AF, les quatre branches AG, AF, AD, AC, sont deux à deux pro-
portionnelles, d'où suit que,

Comme AG, est à AF,
où bien AD, à AC, } ainsi GD, est à CF,

& que,

Comme AF, est à AC,
où bien AG, à AD, } ainsi GF, est à CD,

Consequemment la branche AG, est à son accouplée la branche AC, en raison mesme que la
composée des raisons du brin GD, au brin CF, & du brin GF, au brin CD, qui est la raison du
rectangle des brins de la couple GD, GF, au rectangle des brins de la relatif la couple
CD, CF.

D'où suit que le rectangle des brins GB, GH, gemeau du rectangle GD, GF, est à son re-
latif le rectangle CB, CH, gemeau du rectangle CD, CF, comme le rectangle GD, GF, ge-
meau de ce rectangle GB, GH, est à son relatif le rectangle CD, CF, gemeau du rectangle
CB, CH.

Car de ce qui est démontré, le rectangle des deux brins de la couple GB, GH, est à son re-
latif le rectangle CB, CH, comme la branche AG, est à son accouplée AC.

Dauantage il est aussi démontré que le rectangle des brins GD, GF, est à son relatif le rectan-
gle CD, CF, comme la mesme branche AG, est à la mesme accouplée AC.

Partant le rectangle des brins GB, GH, gemeau du rectangle GD, GF, est à son relatif le re-
ctangle CB, CH, comme le rectangle GD, GF, est à son relatif le rectangle CD, CF.

D'où suit qu'aussi le rectangle des brins FC, FG, est à son relatif le rectangle DC, DG,
comme le rectangle des brins FB, FH, est à son relatif le rectangle des brins DB, DH, sçavoir
est comme la branche AF, est à son accouplée AD.

D'où suit aussi que le rectangle des brins HC, HG, est à son relatif le rectangle BC, BG,
comme le rectangle des brins HD, HF, est à son relatif le rectangle BD, BF, sçavoir est com-
me la branche AH, est à son accouplée la branche AB.

Et quand en vne droite AH, il y a comme cela trois couples de poinçts BH, CG, DF, ainsi
conditionnées, à sçavoir que les deux poinçts de chacune des couples soient de mesme, ou mellez,
ou demêlez, aux deux poinçts de chacune des autres couples. Et que les rectangles ainsi relatifs
des pieces d'entre ces poinçts soient entre eux comme leurs gemeaux, pris de mesme ordre, sont
entre eux vne telle disposition de ces trois couples de poinçts en vne droite, est icy nommée

Inuolution.

Inuolution.

C'est à dire, qu'alors qu'il est icy dit, que trois couples cottées de poinçts en vne droite sont
disposées en inuolution entre elles; cela veut dire, qu'en cette disposition de ces trois couples de
poinçts, se trouuent toutes les conditions & proprietés qui viennent d'estre expliquées des nœuds
d'un arbre en chacune des deux especes de conformation, ou que ces trois couples de poinçts
sont trois couples de nœuds en vn arbre de l'une des deux especes de conformation expli-
quées cy deuant.

D'où suit d'abondant que quand en vne droite, comme AH, quatre pieces comme AG, AL,
AD, AC, de deux couples AG, AC, AL, AD, ne sont pas deux à deux proportionnelles, ou
que les rectangles ne sont pas égaux entre eux, des deux pieces de chacune de ces deux couples
AG, AC, AD, AL, quoy que leur bout commun A, soit de mesme engagé ou degagé aux deux
pieces de chacune de ces deux couples AG, AC, AD, AL, la quelconque de ces pieces AG,
n'est pas à son accouplée AC, comme le rectangle GD, GL, est à son relatif le rectangle CD,
CL, & la conformation d'un arbre ny est point.

Car puis que ces quatre pieces AG, AL, AD, AC, ne sont pas proportionnelles entre elles,
aussy les rectangles ne sont pas égaux entre eux de chacune des couples de pieces AL, AD,
AG, AC.

Soit donc prise la droite AF, pour couplée à la droite quelconque d'elles AD, en façon que
les rectangles soient égaux entre eux de chacune des couples de pieces AG, AC, AF, AD,
certe

cette piece ainsi prise A F, est inégale à la piece AL, & le point F, est séparé du point L, partant il n'y a pas mesme raison de la piece F C, à la piece F G, que de la piece LC, à la piece L G.

Noms simples.

Ainsi la raison de la piece A G, à son accouplée A C, qui est la raison du rectangle des pieces G D, G F, au rectangle des pieces C D, C F, n'est pas la mesme raison que du rectangle des pieces G D, G L, au rectangle des pieces C D, C L, & partant sinon que les quatre pieces A G, A F, A D, A C, des deux couples comme A C, A G, A F, A D, soient deux à deux proportionnelles, elles ne constituent pas vn arbre des especes de conformation expliquée cy-deuant. Et la quelconque des pieces A G, n'est pas à son accouplée A C, comme le rectangle des deux pieces G D, G L, est au rectangle des pieces C D, C L, comme necessairement il aduient quand ces quatre pieces sont proportionnelles entre elles.

D'où suit qu'estans donné de position deux couples quelconques de nœuds G C, D F, en vn arbre A H, la souche A, de mesme est donnée de position, & cela reuiet à ce que la somme ou la difference & la raison d'entre deux quantitez estans données, chacune de ces deux quantitez est donnée de grandeur.

Car ayant premierement engagé ou dégagé cette souche A, d'entre les nœuds de chacune de ces deux couples G C, D F, selon que les nœuds d'une des couples sont, ou meslez ou demeslez aux nœuds de l'autre couple.

Puis fait la branche A G, à son adjoincte la branche A F, ou bien la branche A D, à son adjoincte la branche A C, comme le brin G D, est à son semblable le brin F C.

De là suit que la branche A D, est à la branche A C, comme la branche A G, est à la branche A F, conséquemment les rectangles sont égaux entre eux des branches de chacune des deux couples A G, A C, moyennes A F, A D, extrêmes.

Partant la quelconque de ces branches A G, est à son accouplée A C, comme le rectangle des brins G F, G D, est à son relatif le rectangle C D, C F, doncques A, est la souche de l'arbre dont G C, & D F, sont deux couples de nœuds.

Où bien encore ayant puis fait la branche A F, à son adjoincte la branche A C, ou bien la branche A G, à son adjoincte la branche A D, comme le brin G F, est à son semblable le brin C D, suit que la branche A G, est à la branche A F, comme la branche A D, est à la branche A C, conséquemment les rectangles sont égaux entre eux des branches de chacune des deux couples A G, A C, A F, A D, conséquemment la quelconque de ces branches A G, est à son accouplée la branche A C, comme le rectangle des brins G D, G F, est à son relatif le rectangle C D, C F, donc A, est la souche de l'arbre dont G C, & D F, sont des couples de nœuds.

Et en passant, puis que les semblables massifs ou solides compris de faces, flans, ou costez, opposez, plats, & parallels, sont entre eux en raison mesme que la composée de la raison d'entre leurs bases, & de la raison d'entre leurs hauteurs, il suit de ce qui est démontré que le massif ou solide de la quelconque de ces branches G A, en chacun des brins couplez G D, G F, est au semblable massif ou solide de son accouplée la branche A C, en chacun des brins couplez C D, C F, relatifs à la couple G D, G F, en raison doublée de cette quelconque branche A G, à cette son accouplée la branche A C, & ce qui s'en peut dauantage déduire.

De ce que deuant, il est encore évident qu'en l'espece de conformation d'arbre où la souche est engagée entre les deux branches ou nœuds de la quelconque des couples, les deux nœuds moyens qu'y donne vne couple de branches moyennes y sont séparés l'un de l'autre, & qu'ainsi chacun d'eux est seul, & pour cette raison il est icy nommé *Nœud moyen simple*.

Nœud moyen simple.

Et quand en cette espece d'arbre il y a deux couples de ces branches moyennes lesquelles donnent chacune vne couple de nœuds moyens simples, chacun des nœuds moyens simples de la quelconque de ces deux couples, se trouue vny avec vn des nœuds aussi moyen & simple de l'autre couple; & pour cette raison il y aura deux cottes diuerses auprès du quelconque de ces nœuds moyens simples.

Mais pour des considerations ce cas de deux couples de branches moyennes avec vne troisième couple de branches extremes en vn arbre de l'espece où la souche est engagée entre les branches d'une couple, ne sera pas encore icy compris aux euénemens qui constituent vne inuolution de trois couples de nœuds entre elles, aussi bien y a il d'ailleurs beaucoup à reuoir, adiouster, expliquer, ordonner, transposer, retrancher, augmenter, & nettoyer mieux en ce Brouillon project. 3

Mais quand en vn arbre la souche se trouue dégagée d'entre les deux branches ou deux nœuds de la quelconque des couples, les deux nœuds moyens que donnent vne couple de branches moyennes sont vnis ensemble à vn mesme point ou nœud, qui pour cette raison est icy nommé *Nœud moyen double*, & peut au besoin estre cotté d'une seule cote entenduë redoublée ou prise deux fois.

Nœud moyen double.

Et quand en cette espece d'arbre il y a deux couples de ces branches moyennes chacune d'elles

Noms impo-
sez.

y donne vn de ces nœuds moyens doubles, l'vn d'une part, l'autre de l'autre part de la souche.

Et en cette espece de conformation d'arbre où la souche est dégagée d'entre les branches d'une couple, ce cas de deux couples de branches moyennes avec vne troisieme couple de branches extrêmes, est icy compris entre les euenemens qui constituent vne inuolution de trois couples de nœuds entre elles, ou chacun des deux nœuds moyens doubles est considéré comme vne couple de nœuds vnis en vn point.

Nœuds ex-
trêmes.

Or en l'une & l'autre espece de conformation d'arbre, les deux nœuds que donnent les deux branches extrêmes d'une mesme couple, y sont nommez *Nœuds extrêmes*.

Des deux nœuds extrêmes d'une couple BH, l'vn B, est autour de la souche entre deux nœuds moyens simples ou doubles, & l'autre de ces nœuds extrêmes H, de la mesme couple, est hors d'entre les mesmes nœuds moyens, simples ou doubles.

Nœud extré-
me interieur.

Celuy des nœuds extrêmes B, d'une couple BH, qui est entre les nœuds moyens, simples ou doubles de l'arbre, est icy nommé, *Nœud extrême interieur*.

Nœud extré-
me exterior.

Celuy des nœuds extrêmes H, d'une couple BH, qui est hors d'entre les nœuds moyens, simples, ou doubles de l'arbre, est icy nommé, *Nœud extrême exterior*.

En chacune des deux especes de conformation d'arbre, d'autant que la petite d'une couple de branches extrêmes est plus courte qu'une des branches moyennes, d'autant la grande de cette couple de branches extrêmes est à proportion plus longue que la mesme branche moyenne: Et au rebours:

Où bien, d'autant plus que le nœud interieur B, d'une couple de nœuds extrêmes BH, est proche de la souche A, d'autant plus le nœud exterior H, de la mesme couple de nœuds extrêmes BH, est éloigné de la mesme souche A. Et au rebours.

Ainsi pendant que le nœud interieur B, d'une couple d'extrêmes, est des-joint ou bien des vny à la souche de l'arbre, le nœud exterior de la mesme couple est au tronc à distance finie: Et au rebours:

Et quand le nœud interieur d'une couple d'extrêmes est joint ou bien vny à la souche de l'arbre le nœud exterior de la mesme couple est au tronc à distance infinie: Et au rebours.

Voila comme en vn arbre la souche, & le tronc depuis la mesme souche jusque à l'infiny d'une ou d'autre part d'elle, y font entre eux vne couple de branches extrêmes, dont la petite est à pe-
tissée jusques à la souche, & la grande est alongée à l'infiny.

Voila de plus comme la mesme souche & la distance infinie font encore en l'arbre vne couple de nœuds extrêmes, dont la souche est l'interieur, & la distance infinie est l'exterior, & qui avec deux quelconques autres diuerses couples de branches constituent vne inuolution.

Or l'euenement de semblables especes de conformation d'arbre est frequent aux figures qui viennent de la rencontre d'un Cone avec des Plans en certaine disposition entre eux.

Et en l'espece de conformation d'arbre où la souche A, se trouue engagée entre les deux branches d'une couple AC, AG, lors qu'il s'y rencontre deux couples de branches moyennes AG, AC, AF, AD, & que le quelconque des nœuds moyens simples G, d'une couple CG, est vny à vn des nœuds moyens simples D, de l'autre couple DF, en ce cas il y a nombre de proprietéz particulieres: car,

Puis que les rectangles sont égaux entre eux de chacune des trois couples de branches, assavoir des deux couples de moyennes AF, AD, AC, AG, & de la couple d'extrêmes AB, AH, c'est à dire, que les trois couples de nœuds, deux de moyens simples DF, & CG, & vne d'extrême BH, sont disposées entre elles comme en inuolution. Il est premierement évident que chacune de ces branches moyennes est égale à chacune des trois autres, & est moyenne proportionnelle aux deux branches d'une quelconque couple d'extrêmes AB, AH.

Dauantage, comme le rectangle des brins GD, GF, est à son relatif le rectangle CD, CF, ainsi le rectangle des brins GB, GH, gemeau du rectangle GD, GF, est à son relatif le rectangle CB, CH, gemeau du rectangle CD, CF.

Et en changeant le rectangle GD, GF, est à son gemeau le rectangle GB, GH, comme le rectangle CD, CF, relatif du rectangle GD, GF, est à son gemeau le rectangle CB, CH.

Or il est évident qu'en ce cas le rectangle des brins GD, GF, est égal au rectangle des brins CD, CF, partant aussi le rectangle des brins GB, GH, est égal au rectangle des brins CB, CH.

Ce qui d'ailleurs est encore évident, car de l'hypotese, & de ce qui est icy démontré, suit que le brin CH, est à son semblable le brin BG, comme le brin GH, est à son semblable le brin BC, partant le rectangle des deux brins mitoyens GB, GH, est égal au rectangle des deux brins extrêmes CB, CH.

Où bien encore comme la branche AG, est à son accouplée AC, ainsi le rectangle des brins GB, GH; est à son relatif le rectangle CB, CH, Donc la branche AG, estant égale à son

accouplée AC, le rectangle GB, GH, est égal à son relatif le rectangle CB, CH. Ce qui est incompréhensible quand le nœud interieur B, de la couple des extrêmes BH, se trouue vny à la souche A, & que le nœud exterior H, de la mesme couple d'extrêmes est à distance infinie.

Non simple.

De maniere qu'en ce cas il aduient que trois couples de nœuds DF, CG, BH, sont reduites à ne donner que deux couples de poinçts, au tronc desquels vne couple BH, est de nœuds extrêmes, & chacun des poinçts de l'autre couple represente deux nœuds moyens simples de deux diuërses couples.

Et ces deux couples de poinçts donnent au tronc trois pieces consecutiues FC, B, DG, DG, H, dont la somme FC, H, est à la piece mitoyenne GD, B, comme la piece du bout de la part du nœud extrême exterior H, assauoir la piece GD, H, est à la piece de l'autre bout de la part du nœud extrême interieur B, c'est assauoir à la piece FC, B.

De façon qu'alors qu'en cette espece de conformation d'arbre ou la souche est engagée, quand il y a deux couples de branches moyennes, & que le nœud extrême interieur est desvny de la souche, ou que le nœud extrême exterior est à distance finie; C'est à dire, que trois semblables couples de nœuds ny donnent ainsi que deux couples de poinçts au tronc, qui donnent trois pieces ainsi consecutiues; en ce cas la piece mitoyenne est inégale à chacune des pieces des bouts, & de la part du nœud extrême exterior, & de la part du nœud extrême interieur.

Et lors que le nœud extrême interieur est vny à la souche, ou que le nœud extrême exterior est à distance infinie, en ce cas la piece mitoyenne de ces trois consecutiues est égale à celle des pieces du bout qui est de la part du nœud extrême interieur.

Il y a nombre d'autres proprietes particulieres à ce cas de cette espece de conformation d'arbre, où chacun peut s'égayer à sa fantaisie, mais il n'est pas encore icy du nombre de ceux qui constituent vne inuolution: Et partant,

Touchant l'autre espece de conformation d'arbre où la souche A, se trouue dégagée d'entre les branches d'une même couple.

Quand il y a deux couples de branches moyennes AC, AG, AF, AD, & vne couple de branches extrêmes AB, AH, c'est à dire qu'il y a deux couples de nœuds moyens doubles GC DF, & vne couple de nœuds extrêmes BH, en l'inuolution, & qui pour trois couples de nœuds donnent au tronc seulement deux couples de poinçts, outre ce que cette espece à de commun avec l'autre espece de conformation d'arbre où la souche est engagée, qu'il n'est pas necessaire de redire; Il y a d'autres particulieres proprietes euidentes à l'abord, comme que,

La grande des branches extrêmes AH, est à la quelconque des moyennes AG, & la quelconque des branches moyennes AG, est à la petite extrême AB, comme le brin HG, est au brin BG, c'est à dire, en raison moitié de la raison du rectangle des brins HG, HC, à son relatif le rectangle BG, BC.

Et puis que par ce qui est demonsté d'un arbre le rectangle des brins HF, HD, est à son relatif le rectangle BF, BD, comme le rectangle HG, HC, gemeau du rectangle HF, HD, est à son relatif le rectangle BG, BC, gemeau du rectangle HF, HD, & que les brins BF, BD, sont égaux entre eux, & les brins HF, HD, sont égaux entre eux, & que de même les brins HG, HC, sont égaux entre eux, & les brins BG, BC, sont égaux entre eux, suit que le brin HG, est au brin BG, comme le brin HF, est au brin BF.

D'où suit que la grande des branches extrêmes AH, est à la quelconque des branches moyennes AG, ou AF, & la quelconque des branches moyennes AG, ou AF, est à la petite des branches extrêmes AB, en raison, aussi moitié de la raison du rectangle HF, HD, au rectangle BF, BD, c'est à dire, & comme le brin FH, est au brin FB, & comme le brin GH, est au brin GB, & à l'enuers, changeant & alternement, diuisant, composant, & le reste.

C'est à dire, qu'en cette espece de conformation d'arbre à la souche dégagée, & au cas de deux couples de branches moyennes, avec vne couple quelconque de branches extrêmes, ces trois couples de branches-là donnent au tronc sous quatre poinçts FD, B, CG, H, trois pieces consecutiues FD, B, CG, CG, H, en façon que celle de l'un des bouts quelconque H, CG, est à la mitoyenne CG, B, comme la somme des trois ensemble H, FD, est à celle de l'autre bout FD, B, car alternement à l'enuers aussi FD, B, est à B, CG, comme H, FD, est à H, CG, & de suite changeant, diuisant, composant, & ce qui s'en ensuit.

Et dans ce même cas est euidement compris l'éuenement de deux couples de branches moyennes avec la souche & le tronc depuis elle iusques à l'infiny d'une part, pour couple de branches extrêmes, qui donnent deux nœuds moyens doubles chacun pour vne couple de nœuds moyens. Et la même souche avec la distance infinie au tronc pour vne autre troisieme couple de nœuds extrêmes, le tout pour trois couples de nœuds en inuolution au tronc de l'arbre, auquel éuenement il est aisé de discerner les deux nœuds moyens doubles d'avec les deux nœuds de la

Noms imposés.

Nœuds correspondans entre eux, au cas de quatre poinçts seulement en inuolution.

couple d'extrêmes, en ce qu'ordinairement l'un des nœuds extrêmes est entre les deux nœuds moyens doubles, ou qu'un des nœuds moyens doubles est entre les deux nœuds extrêmes, & ce cas d'inuolution est énoncé d'ordinaire en nommant premièrement les deux nœuds de la couple d'extrêmes en cette maniere; ces deux tels poinçts sont couplez entre eux en inuolution avec deux tels autres poinçts, ou ces mots, *sont couplez entre eux*, emportent que ces deux poinçts ainsi couplez & separez ou desvnis d'ensemble sont vne couple de nœuds extrêmes, d'où suit que ny ayant que quatre poinçts en ce cas d'inuolution, chacun des deux autres est vn nœud moyen double, & consequemment vn des nœuds extrêmes est entre ces deux nœuds moyens doubles, ou bien vn des nœuds moyens doubles est entre les deux nœuds extrêmes.

Dauantage les deux nœuds moyens doubles sont icy nommez *Nœuds correspondans entre eux*, & les deux nœuds extrêmes y sont aussi nommez *Nœuds correspondans entre eux*.

Par où il est évident que les trois quelconques des nœuds d'une semblable inuolution estans nommez & donnez de position, aussi le quatriesme est donné de position comme il apparroistra mieux encore en la suite.

Et partant pour donner à entendre ce cas d'inuolution, il suffira de dire, que tels quatre poinçts sont en inuolution entre eux, ou que deux tels poinçts sont couplez en inuolution avec deux tels autres poinçts, en nommant les correspondans ensemble par couples.

Où toute la plus grande remarque à faire est, que ce cas d'inuolution en quatre poinçts comprend comme deux especes d'un genre: l'éuenement ou quatre poinçts en vne droicte chacun à distance finie y donnent trois pieces consecutives, dont celle d'un quelconque des bouts est à la mitoyenne comme la somme des trois est à celle de l'autre bout. Et l'éuenement ou trois poinçts en vne droicte, chacun à distance finie, y donnent deux pieces consecutives égales entre elles, sçauoir est lors qu'un poinçt mypartit l'interualle droicte d'entre deux autres poinçts, auquel rencontre ou éuenement le poinçt depart, & d'autre duquel sont les pieces de droicte égales entre elles est souche, & dauantage vn nœud extrême couple à la distance infinie de la mesme droicte en inuolution avec les deux poinçts des autres bouts de ces deux pieces égales, qui sont en ce cas chacun vn nœud moyen double en l'inuolution.

Partant à ces mots, *quatre points en inuolution*, on conceura comme de deux especes d'un mesme genre, l'un ou l'autre de ces deux éuenemens: assauoir l'un où quatre poinçts en vne droicte chacun à distance finie y donnent trois pieces consecutives, dont la quelconque extrême est à la mitoyenne comme la somme des trois est à l'autre extrême: L'autre, où trois poinçts à distance finie en vne droicte avec vn quatriesme à distance infinie, y donnent de mesme trois pieces, dont la quelconque extrême est à la mitoyenne comme la somme des trois est à l'autre extrême: Ce qui est incomprehensible & semble impliquer à l'abord, en ce que les trois poinçts à distance finie donnent en ce cas deux pieces égales entre elles, par où le poinçt du milieu se trouue, & souche, & nœud extrême, couple à la distance infinie.

Partant on obseruera soigneusement qu'une droicte estant mypartie en vn poinçt & entendue alongée à l'infiny, c'est vn des éuenemens de l'inuolution en quatre poinçts.

Or en ce mesme cas, d'une inuolution en quatre poinçts H, G, B, F, chacun à distance finie, comme les deux correspondans entre eux FG, sont chacun vn nœud moyen double, & les autres deux aussi correspondans entre eux BH, sont vne couple de nœuds extrêmes au tronc d'un arbre, dont la souche A, mypartit le brin GF.

Semblablement les deux poinçts HB, sont chacun vn nœud moyen double, & les deux poinçts GF, sont vne couple de nœuds extrêmes d'un arbre, dont la souche L, mypartit le brin BH.

Car puis que BF, est à BG, comme HF, est à HG, c'est à dire, que le rectangle FB, FB, est au rectangle GB, GB, comme le rectangle FH, FH, est au rectangle GH, GH.

Si dauantage on considere les poinçts GF, comme vne couple de nœuds extrêmes, & chacun des poinçts GB, comme vn nœud moyen double.

Alors ces trois couples de nœuds FG, BB, HH, qui sont en inuolution entre eux sont évidemment demelées entre elles.

Partant ayant dégagé la souche de l'arbre L, d'entre les nœuds de chacune de ces trois couples, elle tombe évidemment entre les poinçts H, & G.

De plus ayant fait que comme le rectangle FB, FB, est au rectangle GB, GB, ou bien comme le rectangle FH, FH, est au rectangle GH, GH, ainsi la branche LF, soit à la branche LG, suura de ce que dessus, que les rectangles sont égaux entre eux de chacune des trois couples de branches LF, LC, LB, LB, LH, LH, & partant la souche L, mypartit le brin GF, en vn arbre dont LB, LB, LH, LH, sont chacune vne couple de branches moyennes, & LG, LF, vne couple de branches extrêmes, & ce qui s'en ensuit.

De façon que quand en vne droicte quatre poinçts, chacun à distance finie, constituent vne inuolution

inuolution, chacun des poinçts qui mypartit le brin d'entre chacun des deux correspondans de ces quatre poinçts est souche d'un arbre, de chacun desquels ces quatre poinçts sont des couples de nœuds, lesquelles deux semblables souches comme L, & A, d'une semblable inuolution de quatre poinçts, sont icy nommées. *Souches reciproques entre elles.*

Et laissant deormais vne des cottes à nommer quand il y en a deux pour vn mesme de ces quatre poinçts.

De ce qui est dit il suit dauantage, que BF, est à BA, comme BH, à BG, & à l'enuers, alternement, changeant, diuisant, composant, & le reste.

Ainsi les rectangles sont égaux entre eux des deux extrêmes BF, BG, & des deux mitoyennes BA, BH, & le nœud extrême B, est pour souche aux deux couples de nœuds GF, & AH, ou de branches BF, BG, & BH, BA, partant BF, est à BG, comme le rectangle FA, FH, est au rectangle GA, GH, à sçauoir en la raison mesme que la composée des raisons de AF, à AG, & de HF, à HG, c'est à dire, à cause de l'égalité d'entre les brins FA, GA, en raison de HF, à HG, c'est à dire, en raison moitié de la raison du rectangle HF, HF, au rectangle HG HG, & à l'enuers, alternement, changeant, diuisant, composant, & le reste.

D'où suit dauantage que HG, est à HB, comme HA, est à HF, ainsi les rectangles sont égaux entre eux des deux extrêmes HG, HF, & des deux mitoyennes HB, HA, & le nœud simple extrême H, est pour souche aux deux couples de nœuds GF, & BA, ou de branches HG, HF, & HB, HA.

Partant HF, est à HG, comme le rectangle FA, FB, est au rectangle GA, GB, c'est à dire, en raison mesme que la composée des raisons de FA, à GA, & de FB, à GB, c'est à dire à cause de l'égalité d'entre les deux branches AF, AG, comme BF, est à BG, sçauoir est en raison moitié de la raison du rectangle BF, BF, au rectangle BG, BG, & à l'enuers, alternement, changeant, composant, diuisant, & le reste.

D'où suit qu'aussi BF, est à BG, comme le rectangle FA, FB, est au rectangle GA, GB, & que HF, est à HG, comme le rectangle FA, FH, est au rectangle GA, GH, avec ce qui s'en ensuit.

Et que le rectangle FA, FH, est au rectangle GA, GH, comme le rectangle FA, FB, est au rectangle GA, GB, avec ce qui s'en ensuit.

Dauantage BH, est à BA, comme le rectangle HF, HG, est au rectangle des égales entre elles AF, AG, ou son égal le rectangle AG, AG.

Et HA, est à HB, comme le rectangle des égales entre elles AF, AG, ou son égal le rectangle AG, AG, est au rectangle BF, BG.

D'où suit d'abondant que FH, est à FA, ou à son égale AG, comme BF, est à BA, & conséquemment comme BH, est à BG.

Ainsi les rectangles sont égaux entre eux des deux extrêmes FH, BA, & des deux mitoyennes FA, FB, & des extrêmes HF, BG, & des mitoyennes FA, FH.

De plus GA, est à BF, comme HA, est à HF, & partant comme HG, est à HB, ainsi les rectangles sont égaux entre eux des extrêmes GA, HF, & des mitoyennes BF, HA, & des extrêmes GA, HB, & des moyennes BF, HG.

Dauantage BF, est à BH, comme deux fois FA, qui est FG, est à deux fois GH, & alternement à l'enuers, changeant, diuisant, composant, & le reste.

Dauantage FB, est à FA, comme HB, est à HG. Et partant encore comme HF, est à HA.

Ainsi les rectangles sont égaux entre eux des extrêmes FB, HG, & des mitoyennes FA, HB, & des extrêmes FB, HA, & des mitoyennes FA, HF, & HB, est à HG, comme FB, est à FA, moitié de FG, & à l'enuers, alternement, changeant, composant, & le reste.

Dauantage le rectangle HB, HB, est au rectangle HB, HA, comme le rectangle BA, BH, ou son égal le rectangle BG, BF, est au rectangle AB, AH, ou à son égal le rectangle AG, AG, ou AF, AF, c'est à dire, comme HB, est à HA, & ce qui s'en déduit.

C'est à dire, que le rectangle BH, BA, ou son égal le rectangle BG, BF, est au rectangle AH, AB, ou à son égal le rectangle AG, AG, ou AF, AF, comme HB, est à HA.

D'où suit que la raison composée des deux raisons de BG, à BA, & de BF, à AH, qui est la raison du rectangle BG, BF, ou son égal BH, BA, au rectangle AH, AB, ou son égal AG, AG, ou AF, AF, est la mesme raison que de HB, à HA.

5 Mais la raison de HB, à HA, est aussi la mesme que du rectangle BG, BF, au rectangle AG, AF, à sçauoir la raison composée des raisons de GB, à GA, & de FB, à FA.

Donc la raison composée des raisons de BG, à BA, & de BF, à AH, est la mesme que la composée des raisons de GB, à GA, & de FB, à FA, à sçauoir la mesme que de HB, à HA.

Qui voudra poursuiure plus auant cette discussion, y trouuera bien encore du diuertissement.

Nouveaux
soz.

Souches reci-
proques en-
tre elles, de
quatre poinçts
en inuolution.

Pour souche.

Davantage puis que HB , est à HG , comme FB , est à FA , & que la raison est double qui est composée des raisons de FG , à FB , & de FB , à FA , c'est à dire la raison de FG , à FA .

La raison est aussi double qui est composée des raisons de FG , à FB , & de HB , à HG , mesme que de FB , à FA , ou qui est mesme chose, la raison est double qui est composée des raisons de FG , à HG , & de HB , à FB .

Semblablement puis que BH , est à BG , comme FH , est à FA , & que la raison est double qui est composée des raisons de FG , à FH , & de FH , à FA , c'est à dire la raison de FH , à FA .

La raison est aussi double qui est composée des raisons de FG , à FH , & de BH , à BG , mesme que de FH , à FA . Donc aussi la raison est double qui est composée des raisons de HB , à HG , & de GF , à GB . Ou qui est la mesme chose, la raison est double qui est composée des raisons de FG , à BG , & de BH , à FH .

Et en conuertissant la plus grande partie de ces proprietes icy declarées, on en conclud que quatre poinçts sont en inuolution.

Par exemple, quand en vne droicte FH , trois pieces comme AB , AC , AH , sont entre elles continuellement proportionnelles, & qu'une quatriesme piece comme AF , est égale à la moyenne AC , les quatre poinçts H , C , B , F , sont évidemment en inuolution.

Quand en vne droicte FH , quatre pieces comme BH , BC , BF , BA , sont deux à deux proportionnelles, & que la piece comme AF , est égale à la piece comme AG , c'est à dire que le point comme A , mipartit la piece comme FG , les quatre points H , G , B , F , sont évidemment en inuolution.

Quand en vne droicte FH , quatre pieces HG , HB , HA , HF , sont deux à deux proportionnelles, & que le point comme A , mipartit la piece comme FG , les quatre points H , G , B , F , sont évidemment en inuolution.

Et semblables conuerfes du reste qui sont euidentes, & qui pourroient au besoin estre deduites au long.

Il est semblablement euident de plusieurs endroits cy-deuant qu'estants donnez de position trois quelconques de quatre points d'une quelconque inuolution, le quatriesme point de la mesme inuolution, correspondant au quelconque de ces trois, est aussi donné de position.

Quand en vn tronç droit, trois couples de nœuds extremes DF , CG , BH , sont en inuolution entre eux, que deux autres couples de nœuds, moyens, vnis, doubles, ou simples, PQ , XY , font vne inuolution de quatre points avec chacune des deux quelconques couples CG , & BH , de ces trois couples de nœuds extremes. Ces deux mesmes nœuds moyens PQ , XY , font encore vne inuolution aussi de quatre points avec la troisieme de ces couples de nœuds extremes DF .

Car puis que les deux nœuds moyens PQ , XY , font vne inuolution de quatre poinçts avec chacune des couples de nœuds extremes CG , BH , ayant miparty en A , le brin AX , ce poinçt A , est souche aux quatre nœuds, moyens PQ , XY , & extremes CG , BH . Partant la branche AG , est à la branche AC , comme le rectangle GB , GH , est au rectangle CB , CH , & par l'hypothese le rectangle GD , GF , est au rectangle CD , CF , comme le rectangle GB , GH , est au rectangle CB , CH , consequemment la branche AG , est à la branche AC , comme le rectangle GD , GF , est au rectangle CD , CF , & A , est souche à chacune des couples de nœuds moyens PQ , XY , & extremes BH , CG , DF , qui partant sont tous en inuolution entre eux, ainsi les deux couples de nœuds moyens PQ , XY , sont en inuolution avec la troisieme couple de nœuds extremes DF .

Mais pour ce Broüillon c'est assez remarquer des proprietes particulieres de ce cas qui en fourmille, & si cette façon de proceder en Geometrie ne satisfait, il est plus aisé de le suprimet que de le paracheuer au net, & luy donner sa forme complete.

La proposition qui suit au long avec sa demonstration est la mesme que celle du haut de la page 3. & dont il est dit qu'elle est enoncée autrement en Ptolomé.

Quand en vne droicte H, D, G , comme tronç à trois poinçts H, D, G , comme nœuds passent trois droictes comme rameaux déployez HKh , D_4h , G_4K , le quelconque brin Dh , du quelconque de ses rameaux D_4h , contenu entre son nœud D , & le quelconque des deux autres rameaux HKh , est à son accouplé le brin D_4 , contenu entre le mesme nœud D , & l'autre troisieme des mesmes rameaux G_4K , en raison mesme que la composée des raisons d'entre les deux brins de chacun des autres deux rameaux conuenablement ordonnez, à scauoir de la raison du brin comme Hh , au brin comme HK , & de la raison du brin comme GK , au brin comme G_4 .

Car ayant par le point k , but de l'ordonnance d'entre les deux autres brins Hh , G_4 , mené vne droicte Kf , parallele au tronç H, D, G , laquelle donne le point f , au rameau D_4h ,

puis prenant le brin Df , pour mitoyen entre les deux brins Dh , & $D4$, & considéré le parallélisme d'entre Kf , HG , le brin Dh , est au brin $D4$, en raison mesme que la composée des raisons du brin Dh , au brin Df , ou du brin Hh , au brin HK , & de celle du brin Df , au brin $D4$, ou du brin GK , au brin $G4$. Noms impa-
fa.

Il y a plusieurs choses à remarquer de cette enonciation, quand deux des trois rameaux sont paralels entre eux, quand au tronc il y a deux nœuds vnis en vn, & ce qui en dépend.

La conuerse de cette proposition bien enoncée, & concludant que trois points sont en vne mesme droite est aussi vraye.

Quand à vn tronc droit GH , à trois diuerses couples de nœuds BH , DF , CG , disposez entre eux en inuolution passent trois couples de rameaux deployez FK , DK , BK , HK , CK , GK , tous entre eux d'une mesme ordonnance au but K , ces trois couples de rameaux ainsi d'une mesme ordonnance entre eux sont toutes ensemble nommées *Ramée d'un arbre*, & chacune d'elles donne en quelconque autre droite cb , menée en leur plan vne des trois couples de nœuds d'une inuolution bb , df , cg .

Ramée.

Quand le but K , de l'ordonnance de ces trois couples de rameaux, ou de cette ramée FK , DK , BK , HK , CK , GK , est à distance infinie, la chose est euidente du seul paralellisme d'entre ces six rameaux.

Et quand le but K , de l'ordonnance de ces trois couples de rameaux, c'est à dire de cette ramée, est à distance finie. Premièrement, les nœuds de chacune de ces trois couples bb , df , cg , sont euidentement ou meslez, ou demeslez, aux nœuds de chacune des autres couples suivant qu'au tronc GH , les nœuds d'une couple sont meslez ou demeslez aux nœuds des autres couples.

Dauantage cette autre quelconque droite cb , est aussi bien que le tronc CG , d'une diuerse ordonnance avec chacun des rameaux FK , DK , d'une quelconque des ces trois couples de rameaux de cette ramée.

Par le point comme D , but de l'ordonnance d'entre le tronc, CG , & le quelconque des rameaux DK , de cette quelconque couple FK , DK .

Et par le point comme f , but de l'ordonnance d'entre cette quelconque autre droite cb , & l'autre rameau FK , de la mesme quelconque couple FK , DK , soit menée la droite Df , qui donne les points 2 , 3 , 4 , 5 , aux autres quatre rameaux BK , CK , GK , HK , de la mesme ramée.

Maintenant en cete quelconque autre droite cb , le rectangle des deux quelconques brins dg , dc , est à son relatif le rectangle des brins fg , fc , en raison mesme que la composée des raisons du brin gd , au brin gf , & du brin cd , au brin cf .

Et le rectangle des brins db , dh , gemeau du rectangle dg , dc , est à son relatif le rectangle fb , fh , gemeau du rectangle fg , fc , en raison mesme que la composée des raisons du brin bd , au brin bf , & du brin hd , au brin hf .

Or la raison du brin gd , au brin gf , est la mesme que la composée des raisons de Kd , à KD , & de $4D$, à $4f$.

Et la raison du brin cd , au brin cf , est la mesme que la composée des raisons de Kd , à KD , & de $3D$, à $3f$.

C'est à dire, que la raison du rectangle dg , dc , au rectangle fg , fc , qui est la raison composée des raisons de gd , à gf , & de cd , à cf , est la mesme que la composée de deux fois la raison de Kd , à KD , & des deux raisons de $4D$, à $4f$, & de $3D$, à $3f$.

Or la raison de $4D$, à $4f$, est la mesme que la composée des raisons de GD , à GF , & de KE , à Kf .

Et la raison de $3D$, à $3f$, est la mesme que la composée des raisons de CD , à CF , & de KE , à Kf .

C'est à dire, que la raison composée des deux raisons de $4D$, à $4f$, & de $3D$, à $3f$, est la mesme que la composée de deux fois la raison de KE , à Kf , & des deux raisons de GD , à GF , & de CD , à CF , c'est à dire, & de la raison du rectangle DC , DG , au rectangle FC , FC .

C'est à dire, que la raison du rectangle dg , dc , à son relatif le rectangle fg , fc , assauoir, la raison composée des raisons de gd , à gf , & de cd , à cf , est la mesme que la composée de deux fois la raison de Kd , à KD , & de deux fois la raison de KE , à Kf , & des deux raisons de GD , à GF , & de CD , à CF , c'est à dire, & de la raison du rectangle DC , DG , à son relatif le rectangle FC , F .

Semblablement la raison du brin bd , au brin bf , est la mesme que la composée des raisons de Kd , à KD , & de $2D$, à $2f$.

Et la raison du brin hd , au brin hf , est la mesme que la composée des raisons de Kd , à KD , & de $5D$, à $5f$.

C'est à dire, que la raison du rectangle db , dh , au rectangle fb , fh , assauoir la raison

Noms imposés.

12
composée des raisons de bd , à bf , & de hd , à hf , est la même que la composée de deux fois la raison de Kd , à KD , & des deux raisons de $2D$, à $2f$, & de $5D$, à $5f$.

Or la raison de $2D$, à $2f$, est la même que la composée des raisons de BD , à BF , & de KF , à Kf .

Et la raison de $5D$, à $5f$, est la même que la composée des raisons de HD , de HF , & de KF , à Kf .

C'est à dire, que la raison composée des deux raisons de $2D$, à $2f$, & de $5D$, à $5f$, est la même que la composée de deux fois la raison de KF , à Kf , & des deux raisons de BD , à BF , & de HD , à HF , c'est à dire, & de la raison du rectangle des brins DB , DH , à son relatif le rectangle FB , FH .

C'est à dire, que la raison du rectangle db , dh , à son relatif le rectangle fb , fh , assavoir la raison composée des raisons de bd , à bf , & de hd , à hf , est la même que la composée de deux fois la raison de Kd , à KD , & de deux fois la raison de KF , à kf , & des deux raisons de BD , à BF , & de HD , à HF , c'est à dire, & de la raison du rectangle DB , DH , à son relatif le rectangle FB , FH .

Or par l'hypothèse le rectangle DB , DH , est à son relatif le rectangle FB , FH , comme le rectangle DC , DG , est à son relatif le rectangle FC , FG , & alternativement, & le reste.

C'est à dire, que le rectangle dg , dc , est à son relatif le rectangle fg , fc , & aussi le rectangle db , dh , à son relatif le rectangle fb , fh , chacun en raison même que la composée de deux fois la raison de Kd , à KD , & de deux fois la raison de KF , à kf , & de la raison du rectangle DB , DH , à son relatif le rectangle FB , FH , ou de son égale, par hypothèse, la raison du rectangle DC , DG , à son relatif le rectangle FC , FG .

Partant le rectangle dg , dc , est à son relatif le rectangle fg , fc , comme le rectangle db , dh , gemeau du rectangle dg , dc , est à son relatif le rectangle fb , fh , gemeau du rectangle fg , fc , & alternativement, changeant, diuisant, composant, & le reste.

Ainsi les trois couples de nœuds df , cg , bh , sont en inuolution.

Et quand cette quelconque autre droite cb , est parallèle au quelconque des six rameaux d'une ramée l'accouplé de ce rameau parallèle donne en cette droite la fouche de cette inuolution pour nœud extrême couplé à la distance infinie.

Quand il n'y a point icy d'aduis touchant la diuersité des cas d'une proposition, la démonstration en conuient à tous les cas, sinon il en est icy fait mention pour aduis.

En cette proposition, aux cas de quatre points en inuolution, quand cette quelconque droite cb , se trouue parallèle au quelconque de ces rameaux DK , le nœud comme f , mypartit le brin cg , bh .

Car ayant fait que cette quelconque cb , ou sa parallèle, qui est même chose, passe au point C , G .

D'autant que les droites DK , & cg , bh , sont parallèles entre elles cg , bh , est à DK , comme BH , CG , est à BH , D , & DK , est à cg , f , comme F , D , est à F , CG . C'est à dire, que cg , bh , est à cg , f , en raison même que la composée des raisons de BH , CG , à BH , D , & de F , D , à F , CG , qui a été démontrée estre la raison double.

Partant cg , bh , est double de cg , f .

La conuerse en est évidemment aussi vraie, que quand l'un des rameaux FK , mypartit le brin comme cg , bh , cette droite cb , est parallèle au rameau DK , couplé du rameau FK , car puis que les quatre points que ces rameaux y donnent sont en inuolution, & que le point f , mypartit le brin cg , bh , le quatriesme point d , que donne le rameau DK , est à distance finnie.

Il y a autre démonstration particuliere de cette conuerse, comme, soit menée la droite C , N , L , parallèle à FK , il est démontré que le rameau KD , mypartit en N , cette droite C , N , L , & par hypothèse le rameau FK , mypartit en f , la droite cg , bh , & à cause du parallélisme d'entre les droites CL , FK , le rameau FK , mypartit en K , le côté L , bh , du triangle L , cg , bh , dont le rameau DK , mypartit encore en K , le même côté du même triangle, & partant ce rameau DK , est parallèle au troisieme côté cg , bh , du même triangle.

Rameaux correspondans entre eux.

Au cas de quatre seuls points B , D , G , F , en inuolution en vne droite où passent quatre rameaux déployez BK , DK , GK , FK , d'une ordonnance entre eux au but K , les deux rameaux comme DK , FK , ou BK , GK , qui passent à deux points correspondans entre eux DF , ou BG , sont icy nommez Rameaux correspondans entre eux.

Et quand en ce cas deux rameaux BK , GK , correspondans sont perpendiculaires entre eux, ils mypartissent chacun vn des angles d'entre les autres deux rameaux DK , FK , aussi correspondans entre eux.

(ar

Car ayant mené la droite Df , parallèle au quelconque des rameaux BK , perpendiculaire à son correspondant GK , cette droite Bf , est aussi perpendiculaire au rameau GK .

De plus, à cause de ce parallélisme d'entre BK , & Df , le rameau GK , mypartit DF , au point 3 .

Ainsi les deux triangles $K; D, K; f$, ont chacun un angle droit au point 3 , & les costez $3K, 3D, & 3K, 3f$, qui comprennent ces angles égaux $K; D, K; f$, égaux entre eux.

Partant les deux triangles $K; D, K; f$, sont égaux & semblables entre eux.

Donc le rameau GK , mypartit un des angles DKF , d'entre les rameaux correspondans DK, FK , & le rameau BK , mypartit euidentement aussi l'autre des angles d'entre les mesmes rameaux correspondans DK, FK .

Et quand un quelconque de ces rameaux GK , mypartit un des angles DKF , d'entre deux autres de ces rameaux correspondans entre eux DK, FK , ce quelconque rameau GK , est perpendiculaire à son correspondant le rameau BK , lequel mypartit aussi l'autre des angles d'entre les mesmes rameaux correspondans DK, FK .

Car ayant mené la droite comme Df , perpendiculaire à ce quelconque rameau GK , les deux triangles $K; D, K; f$, ont chacun un angle droit au point 3 , & encore chacun un angle égal au point K , & de plus un costé commun $K3$, partant ils sont semblables & égaux, & le rameau GK , mypartit Df , au point 3 .

Conséquemment le rameau BK , est parallèle à la droite Df , & partant il est perpendiculaire à son correspondant le rameau GK .

Quand en un plan, de quatre droites BK, DK, GK, FK , d'une mesme ordonnance entre elles au but K , deux comme DK, GK , sont perpendiculaires entre elles, & mypartissent chacune un des angles que les autres deux FK, DK , font entre elles. Ces quatre droites là donnent euidentement en quelconque autre droite BD, GF , menée en leur plan quatre points B, D, G, F , disposez entre eux en inuolution.

Quand en un plan vne droite FK , mypartit en f , un des costez Gh , d'un triangle $B Gh$, & qu'au point K , qu'elle donne au quelconque Bh , des autres deux costez de ce triangle passe vne autre droite KD , parallèle au costé myparty Gh , les quatre points comme B, D, G, F , que cette construction donne au troisieme costé BG , du mesme triangle, sont entre eux en inuolution.

Et quand à l'angle B , soustenu du costé myparty Gh , passe vne autre droite Bp , parallèle au costé myparty Gh , les quatre points F, f, K, p , que donnent en cette droite FK , les trois costez BG, Gh, Bh , de ce triangle $B Gh$, & la droite menée Bp , sont entre eux en inuolution.

Ce qui est euident en menant encore la droite comme KG , car en la droite mypartie G, f, h , les trois points G, f, h , & la distance infinie sont quatre points en inuolution où passent quatre rameaux d'une mesme ordonnance au but K , & partant ils donnent en la droite BG , quatre points B, D, G, F , en inuolution.

Et en menant la droite Bf , semblablement en la droite Gh , les trois points à distance finie G, f, h , & la distance infinie sont en inuolution, auxquels passent quatre rameaux d'une ordonnance au but B , qui partant donnent en la droite FK , quatre points F, f, K, p , en inuolution.

Quand en un plan vne droite FGB , double un des costez hf , d'un triangle hfK , & qu'au point B , qu'elle donne au quelconque hK , des autres deux costez du mesme triangle passe vne droite Bp , parallèle au costé doublé hf , cette construction donne au troisieme costé Kf , de ce triangle hfK , quatre points F, f, K, p , en inuolution.

Comme il est euident ayant mené la droite Bf .

Et quand à l'angle K , soustenu du costé doublé hf , passe vne droite KD , parallèle au costé doublé hf , cette construction donne en la droite doublante F, B , quatre points F, G, D, B , en inuolution comme il est euident ayant mené la droite KG .

Cette matiere foisonne en semblables moyens pour conclure qu'en vne droite quatre points ou bien trois couples de nœuds sont en inuolution, mais cecy peut suffire à en ouuir la maniere avec ce qui suit.

Quand vne droite ayant un point immobile se meut par le bord, autrement la circonference d'un cercle.

Le point immobile de cette droite est ou bien au plan, ou bien hors du plan de ce cercle.

× Quand le point immobile de cette droite est au plan de ce cercle, il y est à distance ou finie ou infinie.

Et en chacune de ces deux especes de position de ce point immobile au plan de ce cercle, toujours cette droite en se mouuant demeure au plan de ce cercle, & aux diuerses places qu'elle y prend en se mouuant, elle y donne vne ordonnance de droites qui se rencontrent le cercle, & dont le but est à distance ou finie, ou infinie.

Noms imposés.

Rouleau.

Sommet du rouleau.

Plate assiette

ou base du

rouleau.

Enveloppe ou

Surface du

rouleau.

Colonne ou

Cylindre.

Cornet ou

Cone.

Plan de

coupe du rou-

leau.

Quand le point immobile de cette droite est hors du plan de ce cercle, il y est à distance ou finie ou infinie, & en chacune de ces deux especes de position de ce point immobile hors du plan de ce cercle, cette droite en se mouvant demeure tousiours hors du plan de ce cercle, & en sa reuolution elle environne, enferme, ou décrit vn massif autrement solide, icy nommé *Rouleau*, comme d'vn nom de surgenre qui contient deux sousgenres.

Le point immobile de cette droite est nommé *Sommet* de ce rouleau. Le cercle par le bord duquel cette droite se meut, est icy nommé *Base* ou *Assiette* platte de ce rouleau.

L'espace que cette droite parcourt en se mouvant, est icy nommé *Enveloppe*, autrement *Surface* de ce rouleau.

Quand le point immobile de cette droite est à distance infinie hors du plan du cercle au bord duquel elle se meut, le rouleau qu'elle décrit est d'vne grosseur égale en tous les endroits de sa longueur à quelconque distance finie, & est icy nommé *Colonne*, autrement *Cylindre*, dont il est évident qu'il y a des especes.

Quand le point immobile de cette droite est à distance finie hors du plan du cercle au bord duquel elle se meut, le rouleau qu'elle décrit en sa reuolution est restrainé à son point immobile auquel il n'a de grosseur qu'vn seul point de part & d'autre, duquel il va s'élargissant à l'infiny par deux cornets opposez entre eux à ce point immobile, & est icy pour cela nommé *Cornet*, autrement *Cone*, dont il est évident qu'il y a des especes.

Ainsi la colonne ou cylindre, & le cornet ou cone sont deux sousgenres d'vn surgenre icy nommé rouleau, dont il est icy traité principalement en general, & où l'on conceura qu'vne seule partie de ce cornet ou cone contenu de l'vn des costez de son sommet, & qui passe ailleurs pour vn cone entier, n'est considéré ny ne passe icy que pour vne moitié de cornet ou de cone, & non pas pour vn cone entier.

Et partant à ce mot *Cornet* ou *Cone*, on conceura les deux parties ensemble & à la fois de cone opposees entre elles à leur sommet, le cone autrement n'estant pas entier.

Quand vn plan autre que celui du cercle, assiette ou base de rouleau rencontre ce rouleau, pour cela ce plan est icy nommé *Plan de coupe* du rouleau.

Vn tel plan de coupe, rencontre vn semblable rouleau, ou bien au sommet, ou bien hors du sommet, & en chaque endroit c'est en l'vne de ces deux façons, ou que la droite qui décrit le rouleau ne se trouue en se mouvant iamais parallele à ce plan de coupe, ou qu'elle s'y trouue quelquefois parallele.

Quand vn semblable plan de coupe rencontre vn rouleau à son sommet, en façon que la droite qui décrit ce rouleau ne se trouue en se mouvant iamais parallele à ce plan de coupe.

Si le sommet du rouleau se trouue à distance infinie, l'euement en est inimaginable, & l'entendement est incapable de comprendre, comment les euemens que le raisonnement luy en fait conclure peuuent estre.

Si le sommet de ce rouleau se trouue à distance finie, il est évident que cette droite ne donne qu'vn seul point en ce plan de coupe.

Quand vn plan de coupe rencontre vn rouleau en son sommet, de façon que la droite qui décrit ce rouleau se trouue en se mouvant quelquefois parallele à ce plan de coupe.

Si le sommet de ce rouleau se trouue à distance infinie, la droite qui décrit ce rouleau demeure en se mouvant tousiours parallele à ce plan de coupe.

Si le sommet du rouleau se trouue à distance finie, la droite qui décrit ce rouleau ne demeure pas en se mouvant tousiours parallele à ce plan de coupe.

Et en chacune de ces deux especes de position du sommet de ce rouleau, la droite qui le décrit se trouue en se mouvant, ou bien vne seule fois, ou bien deux diuerses fois en ce plan de coupe.

Quand elle ne s'y trouue qu'vne fois elle donne vne ligne droite en ce plan de coupe qui lors est jointe au rouleau de son long, ou comme on dit autrement, touche le rouleau en vne droite.

Quand elle s'y trouue deux diuerses fois, elle donne deux lignes droictes en ce plan de coupe qui fend alors ce rouleau de son long par le sommet.

Quand vn semblable plan de coupe rencontre vn rouleau ailleurs qu'en son sommet, en façon que la droite qui décrit ce rouleau ne se trouue en se mouvant iamais parallele à ce plan de coupe.

Si cette rencontre est à distance infinie l'euement en est inimaginable & l'entendement trop foible pour comprendre comment peut estre ce que le raisonnement luy en fait conclure.

Si cette rencontre est à distance finie, la droite qui décrit ce rouleau trace en ce plan de coupe en se mouvant vne ligne courbe laquelle à distance finie rentre & repasse en soy mesme, & dont il y a des especes.

Quand vn semblable plan de coupe rencontre vn rouleau ailleurs qu'en son sommet en façon que la droite qui décrit ce rouleau se trouve quelquefois parallèle à ce plan de coupe, l'éuenement de cette espece est du tout unimaginable pour le regard de l'espece de rouleau nommée cylindre, & encore pour l'espece nommée cone quand la rencontre est à distance infinie.

Et quand vn semblable plan de coupe rencontre vn cone ailleurs qu'au sommet, en façon que la droite qui décrit ce cone se trouve quelquefois parallèle à ce plan de coupe, elle se trouve ou vne seule fois, ou bien deux diuerses fois parallèle.

Quand elle se trouve vne seule fois parallèle elle y trace vne ligne courbe laquelle à distance infinie rentre & repasse en soy mesme, & dont il n'y a qu'une espece.

Quand elle se trouve deux diuerses fois parallèle elle y trace vne ligne courbe, laquelle à distance infinie se mypartit en deux égales & semblables moitez, oppposées entre elles dos à dos, desquelles vne seule n'est considérée & ne passe icy que pour vne moitié de l'éuenement de cette position de plan de coupe au regard du rouleau qu'il rencontre, & dont il y a des especes.

Voilà comme la rencontre d'un tel plan de coupe & d'un rouleau, sans considerer son assiette, se fait ou bien en vn seul point ou bien en vne seule droite, ou bien en deux droites, en vn mesme plan, ou bien en vne ligne courbe.

Et laissant à part les especes des rencontres qui se font en vn point & en vne seule droite, pour discourir seulement des autres especes, l'espace que ce plan en ces autres especes de rencontre occupe du massif du rouleau, est icy nommé *Coupe* du rouleau.

Les lignes droites ou courbes, que la droite qui décrit le rouleau trace en se mouuant au plan de coupe, sont icy nommées *Bord* de la coupe du rouleau.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre deux droites, le but de leur ordonnance est à distance ou finie, ou infinie.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre vne ligne courbe, laquelle à distance finie rentre & repasse en soy mesme, la figure en est nommée ou *Cercle*, ou *Ouale*, autrement *Ellipse*, en francez, deffaillement.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre vne ligne courbe, laquelle à distance infinie rentre & repasse en soy mesme, la figure en est nommée *Parabole*, en francez, égalation.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre vne ligne courbe, laquelle à distance infinie se mypartit en deux moitez opposés dos à dos, la figure en est nommée *Hyperbole*, en francez, outrepassement ou excedement.

Quand en vn plan vne droite rencontre vne quelconque figure, cette rencontre est considérée seulement à l'égard du bord de cette figure, & la rencontre en vn plan d'une droite avec le bord d'une figure se fait en deux points qui parfois sont vnis en vn seul, auquel cas elle touche cette figure.

Quand en vn plan vne figure NB, NC, est rencontrée de plusieurs droites FCB, FIK, FXY, d'une mesme ordonnance entre elles, & qu'une mesme droite NGHO, donne en chacune de ces droites d'une mesme ordonnance entre elles vn point G, H, O, couplé au but F, de leur ordonnance en inuolution avec les deux points comme XY, IK, CB, qu'y donne le bord de la figure NB, NC, vne telle droite NGH, est pour cela nommée icy *Trauersale*, des droites de l'ordonnance au but F, à l'égard de cette figure NB, NC, & les droites de cette ordonnance au but F, sont pour cela nommées *Ordonnées* de la trauersale N, G, H, à l'égard de la mesme figure NB, NC.

Et en chacune de ces ordonnées sont ensemble considérées les deux pieces ou segmens, comme OC, OB, qui sont contenus entre la trauersale & chacun des rencontres de cette droite, avec le bord de la figure. Et les deux pieces ou segmens comme FC, FB, qui sont contenuës entre le but F, de leur ordonnance, & chacun des rencontres de la mesme droite avec le bord de la figure.

De façon que quand en vn plan les droites FB, FK, FY, d'une ordonnance au but F, rencontrent vne figure NB, NC, il y a quatre especes de plus grande & de plus petite à considerer aux droites de la mesme ordonnance au but F.

La plus grande & la plus petite d'elles qui est contenuë entre leur but commun F, & leur rencontre avec le bord de la figure de l'espece du rencontre B.

La plus grande & la plus petite d'elles contenuës entre leur but commun F, & leur rencontre avec le bord de la figure de l'espece du rencontre C.

Et celle d'elles dont la piece ou segment comme CB, qui est contenu dans la figure, est la plus grande ou la plus petite.

Ou bien celle d'elles dont la somme ou la difference des deux pieces comme FC, FB, & comme OB, OC, contenuës entre leur but commun F, & leur trauersale ON, & chacun de ses rencontres avec le bord de la figure, est la plus grande ou la plus petite.

Coupe de
rouleau.

Bord de la
coupe de rou-
leau.

Cercle, Ellipse
ou Ouale.

Parabole.

Hyperbole.

Trauersale
aux droites
d'une ordon-
nance.

Ordonnées
d'une traue-
rsale.

Noms impo-
sés.

Partant à ces mots *Trauersale, Ordonnées*, on conceura que les droictes dont il est entendu parler, sont ainsi nommées à l'égard d'une coupe de rouleau qui est au mesme plan que ces droictes.

Vn semblable éuenement de trauersale & d'ordonnées est frequent aux plates coupes du rouleau quelconque.

Et le bord de la figure avec le but des ordonnées & leur trauersale donnent en chacune des ordonnées toujours quatre poinçts en inuolution, dont les deux qu'y donne le bord de la figure sont les correspondans entre eux, & celui du but de l'ordonnance, avec celui qui donne la trauersale, sont aussi correspondans entre eux.

Ou bien en chacune des ordonnées le but de leur ordonnance est couplé au poinçt qu'y donne leur trauersale en inuolution avec les deux poinçts qu'y donne le bord de la figure, & au rebours.

Ou bien en chacune des ordonnées les deux poinçts qu'y donne le bord de la figure sont couplez en inuolution avec ces deux autres poinçts, le but de leur ordonnance & celui qu'y donne leur trauersale.

Or comme en vne inuolution de quatre poinçts quelq̄sfois les deux de la couple des extrêmes sont éloignez l'un de l'autre, en façon que l'un est vny à la touche, & l'autre est à distance infinie.

Par contre, aussi les mesmes deux nœuds ou poinçts de la couple d'extrêmes sont quelques fois approchez iusques à estre vnis ensemble à vn mesme des autres deux nœuds moyens & correspondans entre eux, auquel cas les quatre poinçts de l'inuolution se trouuent reduits à deux seuls poinçts, à l'un desquels on en conceura trois vnis en vn.

Il y a beaucoup à dire au sujet des quatre poinçts en inuolution d'une ordonnance de droictes avec leur trauersale & le bord de la figure, mais en ce Broiillon il suffira de dire quelque chose des especes d'éuenemens plus generaux qui peuuent en faire voir aisément le particulier.

Au plan d'une coupe de rouleau quelconque le but d'une ordonnance de droictes, autrement d'un corps d'ordonnées, est ou bien au bord, ou bien hors du bord de la figure, & en chacune de ces deux positions il est ou bien à distance finie, ou bien à distance infinie.

Au plan d'une coupe de rouleau quelconque la trauersale d'une ordonnance de droictes, autrement d'un corps d'ordonnées, ou bien rencontre, ou bien ne rencontre pas le bord de la figure & en chacune de ces deux positions, elle est ou bien à distance finie, ou bien à distance infinie.

Quand le but d'un corps d'ordonnées est au bord de la figure à distance ou finie ou infinie, la trauersale de l'ordonnance est du corps mesme des ordonnées, & passe au but de l'ordonnance auquel elle touche à la figure.

Quand le but des ordonnées est hors du bord de la figure à distance ou finie, ou infinie, & que toutes les ordonnées rencontrent le bord de la figure, la trauersale ne le rencontre pas, & si toutes les ordonnées ne rencontrent pas le bord de la figure, la trauersale le rencontre.

Dauantage les deux pieces de chacune des ordonnées contenuës entre leur but, & chacun des deux poinçts qu'y donne le bord de la figure sont ou bien égales ou bien inégales entre elles.

Quand elles sont égales entre elles aussi les deux pieces de chacune des mesmes ordonnées contenuës entre leur trauersale, & chacun des deux poinçts qu'y donne le bord de la figure sont égales entre elles, & au contraire.

Et par contre, quand la trauersale d'un corps d'ordonnées à distance ou finie, ou infinie, ne rencontre pas le bord de la figure, toutes les ordonnées le rencontrent.

Quand la trauersale d'un corps d'ordonnées à distance ou finie, ou infinie rencontre le bord de la figure, elle le rencontre ou bien en vn ou bien en deux poinçts.

Quand elle le rencontre en vn poinçt, ce mesme poinçt est le but des ordonnées.

Quand elle le rencontre en deux poinçts, toutes les ordonnées ne le rencontrent pas.

Dauantage les deux pieces de chacune des ordonnées contenuës entre leur trauersale, & chacune de leurs deux rencontrés avec le bord de la figure sont ou bien égales ou bien inégales entre elles.

Quand elles sont égales entre elles, aussi les deux pieces de chacune des mesmes ordonnées contenuës entre leur trauersale, & chacun des deux poinçts qu'y donne le bord de la figure sont égales entre elles, & au contraire.

Quand en vn plan à quatre poinçts B, C, D, E, comme bornes couplees trois fois entre elles, passent trois couples de droictes bornales BCN, EDN, BEF, DCF, BDR, ECR, chacune de ces trois couples de droictes bornales & le bord courbe d'une quelconque coupe de rouleau, qui passe à ces quatre poinçts B, C, D, E, donne en quelconque autre droicte de leur plan ainsi qu'en vn tronç I, G, K, vne des couples de nœuds d'une inuolution IK, PQ, GH, & LM, & si les deux bornales droictes d'une des couples BCN, EDN, sont
paralleles

parallèles entre elles, les rectangles de leurs couples relatives de brins déployez au tronc sont entre eux comme leurs gemeaux les rectangles des brins pliez au tronc & de mesme ordre sont entre eux. Noms im-

Car le rectangle de la couple quelconque de brins pliez au tronc QI, QK , est à son relatif le rectangle PI, PK , en raison mesme que la composée des raisons de IQ , à IP , & de KQ , à KP .

Or IQ , est à IP , en raison mesme que la composée des raisons de CQ , à CF , & de BF , à BP .

Et KQ , est à KP , en raison mesme que la composée des raisons de DQ , à DF , & de EF , à EP .

Donc le rectangle QI, QK , est à son relatif le rectangle PI, PK , en raison mesme que la composée des quatre raisons de CQ , à CF , & de BF , à BP , & de DQ , à DF , & de EF , à EP .

Semblablement le rectangle QG, QH , est au rectangle PG, PH , en raison mesme que la composée des raisons de GQ , à GP , & de HQ , à HP .

Or GQ , est à GP , en raison mesme que la composée des raisons de DQ , à DF , & de BF , à BP .

Et HQ , est à HP , en raison mesme que la composée des raisons de CQ , à CF , & de EF , à EP .

Donc le rectangle QG, QH , est au rectangle PG, PH , en raison mesme que la composée des quatre raisons de DQ , à DF , & de BF , à BP , & de CQ , à CF , & de EF , à EP , qui sont les quatre mesmes raisons dont est composée la raison du rectangle QI, QK , au rectangle PI, PK .

Partant le rectangle des brins QI, QK , est à son relatif le rectangle PI, PK , comme le rectangle QG, QH , gemeau du rectangle QI, QK , est à son relatif le rectangle PI, PH , gemeau du rectangle PI, PK .

Et partant les trois couples de nœuds IK, PQ, GH , sont en involution entre elles.

Or l'on void que c'est vne mesme propriété de trois couples de rameaux déployez au tronc d'un arbre quand ils sont tous d'une mesme ordonnance entre eux, & quand ils sont disposez comme icy aux quatre poinçts B, C, D, E , de façon que le but de l'ordonnance de trois couples de rameaux est comme si ces quatre poinçts B, C, D, E , s'unissoient à vn seul poinçt.

Que si les deux bornales d'une couple BCN, EDN , sont parallèles entre elles le rectangle des brins déployez IC, IB , est à son relatif le rectangle KD, KE , comme le rectangle de la couple des quelconques brins pliez au tronc IQ, IP , gemeau du rectangle IB, IC , est à son relatif le rectangle de brins pliez au tronc KQ, KP , gemeau du rectangle KD, KE , ce qui est évident du paralelisme de ces rameaux ou bornales entre elles BC, DE .

Ce qui montre que quand en vn plan il y a cinq quelconques droictes $BE, DC, PK, BC, & DE$, dont les deux quelconques BC, DE , sont parallèles entre elles estant la quelconque des autres trois KP , considerée comme tronc, & chacune des autres comme rameaux déployez à ce tronc, dont les deux parallèles BC, DE , soient vne couple, & les autres deux BE, DE , soient vne autre couple, les rectangles des couples de brins IC, IB , & KD, KE , des deux rameaux d'une couple, sont évidemment entre eux comme leur gemeaux pris d'un mesme ordre, les rectangles de IQ, IP , & KQ, KP , des brins de l'autre de ces couples de rameaux sont entre eux.

C'est à dire, qu'aussi le rectangle CI, CB , est évidemment au rectangle DK, DE , comme le rectangle CQ, CF , est au rectangle DQ, DF .

Et qu'aussi le rectangle BI, BC , est évidemment au rectangle EK, ED , comme le rectangle BF, BP , est au rectangle EF, EP .

Quand le bord courbe d'une quelconque coupe de rouleau passe à ces quatre poinçts B, C, D, E , ceux qui voudront chercher vne demonstration en mesmes paroles pour toutes les especes de coupes le peuvent faire; cependant en voicy la demonstration en deux reprises, premierement quand c'est le bord d'un cercle qui y passe, & en suite de quelconque de ces autres especes de coupe de rouleau.

Quand donc ces quatre bornes B, C, D, E , sont au bord d'un cercle qui rencontre en LM , cette septiesme quelconque droicte GP, H .

En ce cas prenant le rectangle comme FC, FD , pour mitoyen entre les rectangles QC, QD , & PB, PE , c'est à dire, entre leurs égaux les rectangles QL, QM , & PL, PM , il est évident que le rectangle QL, QM , ou son égal le rectangle QC, QD , est au rectangle PL, PM , ou à son égal le rectangle PB, PE , en raison mesme que la composée des raisons du rectangle QC, QD , au rectangle FC, FD , ou son égal le rectangle FB, FE , & du rectangle FC, FD , ou son égal le rectangle FB, FE , au rectangle PB, PE .

Noms impo-
sez.

18
Or le rectangle QC, QD , égal du rectangle QL, QM , est au rectangle FC, FD , égal du rectangle FB, FE , en raison composée des raisons de

Et le rectangle FB, FE , égal du rectangle FC, FD , est au rectangle PB, PE , égal du rectangle PL, PM , en raison composée des raisons de

Donc le rectangle QL, QM , égal du rectangle QC, QD , est au rectangle PL, PM , égal du rectangle PB, PE , en raison mesme que la composée des quatre raisons de CQ , à CF , de DQ , à DF , de BF , à BP , & de EF , à EP , qui sont les quatre mesmes raisons dont est composée chacune des raisons, & du rectangle QL, QM , au rectangle PL, PM , & du rectangle QG, QH , au rectangle PG, PH .

Et quand les quatre bornes B, C, D, E , sont au bord courbe d'une quelconque autre espece de coupe de rouleau, sans faire icy tant de figures pour un simple Brouillon de projet, si l'on se veut donner le divertissement d'en faire ailleurs, on verra que le rouleau duquel cette figure est coupe estant restably sur elle, & en suite sur son assiette ou base le quelconque cercle $BCDE$.

Les quatre droictes menées par le sommet de ce rouleau & par les quatre bornes qui sont au bord de cette quelconque coupe, filent par la surface du rouleau, & donnent au bord du cercle la base aussi quatre bornes B, C, D, E .

Et que les plans du sommet de ce rouleau & de chacune des droictes bornales des trois couples menées par les quatre bornes de cette quelconque coupe, donnent au plan du cercle base de ce rouleau, par ces bornes B, C, D, E , trois couples aussi de bornales BC, ED, BE, CD, BD, CE .

Et que le plan du sommet de ce rouleau & de cette septiesme quelconque droicte menée au plan de cette coupe, donne au plan du cercle base de ce rouleau, de mesme vne septiesme quelconque droicte K, G, H , qui rencontre en deux poincts LM , le bord du cercle B, C, D, E , base ou assiette de ce rouleau, & laquelle droicte K, G, H , rencontre aussi aux poincts comme PQ, GH, IK , chacune des bornales des trois couples du plan de ce mesme cercle.

Et que les droictes menées du sommet de ce rouleau par les poincts LM , du bord de ce cercle la base, passent en la septiesme quelconque droicte du plan de cette coupe quelconque aux mesmes poincts qu'y donne le bord de cette coupe quelconque.

Et que les droictes menées du sommet du rouleau par les poincts de chacune des couples de nœuds QP, GH, IK , de la septiesme droicte GH , du plan du cercle base de ce rouleau passent aux poincts que donnent en la septiesme droicte du plan de cette coupe les trois couples de bornales ainsi menées en ce mesme plan.

Or il est demonsté que ces couples de nœuds LM, QP, GH, IK , du plan du cercle sont en inuolution entre eux.

Et la ramée de cet arbre en trois ou quatre couples de rameaux, tous d'une mesme ordonnance, dont le but est le sommet de ce rouleau, donne en cette septiesme droicte du plan de cette coupe autant de couples de nœuds aussi d'une inuolution. Et partant :

Cette demonstration bien entendue s'applique en nombre d'occasions & fait voir la semblable generation de chacune des droictes & de poincts remarquables en chaque espece de coupe de rouleau, & rarement vne quelconque droicte au plan d'une quelconque coupe de rouleau peut auoir vne proprieté considerable à l'égard de cette coupe, qu'au plan d'une autre coupe de ce rouleau la positio & les proprietés d'une droicte correspondante à celle-là ne soit aussi donnée par vne semblable construction de ramée d'une ordonnance dont le but soit au sommet du rouleau.

Mais avant que passer outre aux propositions generales des quelconques coupes du rouleau, possible il ne sera pas mal à propos de donner encor vne des propositions particulieres du plan du cercle.

Quand en la diametrale $A7$, d'un cercle $LMEC$, deux quelconques poincts A, I , sont couplez entre eux en inuolution avec les deux poincts E, C , qu'y donne le bord du cercle que deux droictes LIS, LAM , ordonnées à un quelconque point L , au bord de ce cercle, passent à ces deux poincts A, I .

Qu'à chacun des poincts E, C , & au centre du cercle 7 , passe vne couple de droictes $CP, CN, ER, EO, 7B, 7D$, coniuguées, & par la nature du cercle icy perpendiculaires aux deux droictes LA, LI , auxquelles elles donnent les poincts R, O, P, N .

La piece de la quelconque de ces deux droictes LA, LI , contenuë entre ces deux poincts qu'y donnent les coniuguées venans des poincts E, C , est égale à la piece de l'autre des mesmes droictes LA, LI , qui est contenuë entre les poincts qu'y donne le bord du cercle.

C'est à dire que la piece NO , de la droicte LI , est égale à la piece LM , de la droicte LA , & que la piece PR , de la droicte LA , est égale à la piece LS , de la droicte LI .

Et dauantage, le rectangle de chacune des couples de ces coniuguées venans des poincts E ,

& C, sur chacune de ces droictes LA, LI, est égal au rectangle des deux pieces de celle des deux LA, LI, à laquelle elles sont coniuguées contenues entre l'un des poinçts qu'y donne le bord du cercle, & chacun des poinçts qu'y donnent ces deux coniuguées. Noms impo-
sez.

C'est à dire que le rectangle PC, RE, est égal au rectangle LP, LR, & que le rectangle NC, OE, est égal au rectangle LN, LO.

Car comme B, mypartit EC, en 7, de mesme à cause du paralelisme d'entre CP, 7B, ER, elle mypartit RP, en B, mais de la nature du cercle elle mypartit aussi LM, en B, partant les deux pieces LP, MR, sont égales entre elles.

Semblablement & par mesmes raisons, comme D, mypartit EC, en 7, de mesme elle mypartit NO, en D, mais elle mypartit aussi LS, en D, partant les deux pieces NL, OS, sont égales entre elles.

Davantage ayant mené la droicte LE, qui donne H, en PC, & la droicte LC, les deux EL, & CL, sont perpendiculaires entre elles veu le demy cercle ECL.

Et puis que les quatre poinçts C, I, E, A, sont en inuolution ces perpendiculaires CL, EL, mypartissent chacune vn des angles que les deux droictes LA, LI, font entre elles.

Ainsi les triangles rectangles CLP, CLN, sont semblables, & à cause de leur coste commun CL, ils sont égaux entre eux.

Et semblablement les triangles rectangles LER, LEO, sont semblables, & à cause de leur coste commun EL, ils sont égaux entre eux.

Ainsi les droictes LR, LO, sont égales entre elles, & les droictes LP, LN, égales entre elles.

Mais les droictes LN, SO, sont égales entre elles, donc les droictes LP, SO, MR, sont égales entre elles, consequemment les droictes NO, LM, sont égales entre elles, & les droictes PR, LS, égales entre elles.

Et menant la droicte MI, iusques au bord du cercle X, il est évident que les deux pieces IL, IX, sont égales entre elles & les deux pieces IM, IS, égales entre elles.

Ainsi les deux pieces IL, IM, sont égales aux deux pieces IX, IS, ou autrement LS, difference ou somme des deux pieces IL, IM, est égale à RP, c'est à dire que RP, est égale à la somme, ou à la difference des deux IL, IM.

Maintenant puis que EL, est perpendiculaire à LC. le triangle CLH, est rectangle, & à son angle droit au poinçt L, passe la droicte AP, perpendiculaire à son costé CH, base de l'angle droit CLH, ainsi le triangle rectangle LPH, est semblable à chacun des triangles aussi rectangles CLH, & CPH.

Et à cause du paralelisme d'entre les droictes CPH, & ERQ, le mesme triangle LPH, est encore semblable à chacun des deux triangles aussi rectangles LRE, & LOE.

Partant les triangles rectangles CPL, LRE, CLN, & LOE, sont semblables entre eux, consequemment PC, est à RL, comme PL, est à RE, & le rectangle des deux extrêmes PC, RE, qui sont les deux coniuguées perpendiculaires venans des poinçts C, & E, sur la droicte LA, est égal au rectangle des moyennes LR, LP, qui sont les deux pieces de la mesme droicte LA, contenues entre l'un des poinçts L, qu'y donne le bord du cercle, & chacun des poinçts R, & P, qu'y donnent ces deux coniuguées perpendiculaires ER, CP, Et en menant les droictes MC, ME, par mesme raisonnement, on démontrera que les triangles ERM, MPC, sont semblables, & alongeant les droictes CM, ER, on démontrera semblablement que les rectangles PC, RE, & MP, MR, sont égaux entre eux.

Davantage les triangles CLN, LOE, estans semblables entre eux NC, est à LO, comme LN, est à OE, & le rectangle des extrêmes les coniuguées perpendiculaires NC, OE, est égal au rectangle des moyennes LO, LN, qui sont les deux pieces de LI, contenues entre vn des poinçts L, qu'y donne le bord du cercle, & chacun des poinçts N, & O, qu'y donnent les deux coniuguées perpendiculaires CN, EO.

Et demeurant la mesme construction quand au quelconque I, des deux poinçts A, & I, passe vne droicte IZ, coniuguée perpendiculaire à celle AL, des deux droictes LA, LI, qui passe à l'autre A, des mesmes deux poinçts A, & I, en laquelle & au quelconque P, des poinçts tels que P, & R, passe vne droicte PQ, laquelle donne les poinçts K, en la droicte IZ, & Q, en la coniuguée perpendiculaire ER, qui passe à l'autre poinçt R, en façon que le rectangle des pieces comme ZK, ZR, soit égal au rectangle de deux fois la piece comme ZI, c'est à dire au rectangle ZI, ZI.

Lors comme RP, est à la piece de ER, telle que RQ, ainsi le rectangle BR, BP, est à chacun des rectangles égaux PC, RE, & ZI, B7, ou ML, MR.

Car en prenant ZR, pour hauteur commune à chacun des rectangles ZK, ZR, & ZP, ZR, le rectangle ZP, ZR, est au rectangle ZK, ZR, c'est à dire à son égal le rectangle

Noms impo-
sez

20
ZI, ZI, comme la base ZP, est à la base ZK, c'est à dire, à cause du parallelisme d'entre
ZK, RQ, comme RP, est à RQ.

Davantage à cause du parallelisme d'entre les droictes CP, 7B, IZ, ER, & que les poinçts
A, E, I, C, sont en inuolution, & que 7, en mypartit le brin EC, suit que 7I, 7E, 7A,
sont proportionnelles, & IA, IE, 17, IC, deux à deux proportionnelles, & AC, A7,
AI, AE, deux à deux proportionnelles, & CP, 7B, IZ, ER, deux à deux proportion-
nelles en mesme raison que les quatre AC, A7, AI, AE, entre elles, & que les quatre AP,
AB, AZ, AR, entre elles.

De la suit que comme le rectangle AZ, AZ, est au rectangle AR, AP, ou à son égal le
rectangle AZ, AB, c'est à dire, comme la branche AZ, est à son actouplée la branche AB,
c'est à dire, comme le rectangle des brins ZR, ZP, est à son relatif le rectangle BR, BP,
ainsi le rectangle ZI, ZI, est à chacun des rectangles égaux ZI, B7, RE, PC, & LP,
LR, ou MP, MR.

Et en changeant, comme le rectangle ZR, ZP, est au rectangle ZI, ZI, c'est à dire,
comme RP, est à RQ, ainsi le rectangle BR, BP, est à chacun des rectangles égaux PC,
RE, ZI, B7, & LP, LR, ou MP, MR.

Mais comme RP, est à RQ, ainsi aussi le rectangle RP, RP, est au rectangle RP,
RQ, donc le rectangle BP, BR, est à chacun des rectangles égaux ER, CP, ZI, B7, &
LP, LR, MP, MR, comme le rectangle RP, RP, est au rectangle RP, RQ, & en
changeant le rectangle BP, BR, est au rectangle RP, RP, comme chacun des rectangles
égaux ER, CP, ZI, B7, LP, LR, MP, MR, au rectangle RP, RQ.

Or est il qu'à cause que PR, est mypartit en B, le rectangle BR, BP, est la quatriesme
partie du rectangle RP, RP, donc aussi chacun des rectangles égaux ER, CP, ZI, B7,
LP, LR, MP, MR, est la quatriesme partie du rectangle RP, RQ.

A quoy si l'on adiouste que la droicte EL, mypartissant l'angle MLS, & la droicte CM,
mypartissant l'angle XML, les pieces du bord du cercle ES, EM, sont égales entre elles &
les pieces CX, CL, égales entre elles; d'où suit que la droicte EIC, mypartit l'un des an-
gles que les droictes IL, IM, font entre elles, & que la droicte IGY, perpendiculaire à
EIC, mypartit l'autre des angles que les mesmes droictes IL, IM, font encore en-
tre elles.

On verra bien tost en gros quelles especes de consequences & de conuertes vrayes s'en en-
suiuent pour le sujet de ce Broitillon, & qui l'enferoient trop à les déduire au long.

Quand en vn plan à quatre poinçts B, C, D, E, comme bornes en quelconque plate coupe de
rouleau passent trois couples de droictes bornales BCF, EDF, BEN, CDN, BDG,
CEG, & qu'aux deux buts G, & N, des deux ordonnances de deux quelconques couples de
ces bornales, passe vn autre droicte GN, à l'égard de la coupe de rouleau, au bord de laquelle
sont les quatre bornales B, C, D, E, cette droicte GN, est trauerfale des droictes de l'ordonnance
de la troisieme de ces couples de bornales au but F, c'est à dire que FX, GY, son en inuolution.

Car comme il a esté dit en conceuant que chacune des deux lettres X, & Y, est doublée.

GX, est à GY, en raison mesme que la composée des raisons de 7 DX, à DN, & de BN, à BY.

Et GX, est à GY, en raison mesme que la composée des raisons de 7 CX, à CN, & de EN, à EY.

Et FX, est à FY, en raison mesme que la composée des raisons de 7 DX, à DN, & de EN, à EY.

Et FX, est à FY, en raison mesme que la composée des raisons de 7 CX, à CN, & de BN, à BY.

D'où suit que GX, est à GY, comme FX, est à FY, c'est à dire que les quatre poinçts
F, X, G, Y, sont entre eux en inuolution.

Et en conceuant la droicte menée FN, les quatre droictes NF, NX, NG, NY, sont en-
tre elles d'une mesme ordonnance au but N, & passent aux quatre points en inuolution FXGY,
partant elles donnent en chacune des quelconques droictes menées en leur plan FCOB,
FIHK, quatre poinçts en inuolution F, C, O, B, F, I, H, K.

Et d'autant que les quatre droictes GF, GC, GO, GB, sont entre elles d'une mesme or-
donnance au but G, & qu'elles passent aux quatre poinçts en inuolution F, C, O, B, de la
droicte FB, suit qu'elles donnent en quelconque droicte FN, menée en leur plan, quatre
poinçts en inuolution F, I, H, P.

Et quand ces quatre bornes B, C, D, E, sont au bord courbe d'une quelconque coupe de
rouleau CLEMB.

La mesme droicte GN, est à l'égard de cette coupe de rouleau trauerfale aussi des droictes
ordonnées au but F, & les quatre poinçts F, L, H, M, que donnent en la quelconque droicte
de cette ordonnance, le but de l'ordonnance F, la trauerfale GN, & le bord de la figure LM,
sont en inuolution entre eux: car suivant la mesme construction il est démontré qu'en cette
droicte FH, les trois couples de poinçts LM, IK, QP, sont trois couples de nœuds en
inuolution.

Il aussy démontré que les deux poinçts F, & H, sont couplez en inuolution, & avec les deux poinçts I, K, & avec les deux poinçts Q, P.

Enfin, il est aussy démontré qu'en suite les mesmes deux points F & H, sont aussy couplez en inuolution avec les deux points L, M.

Ou si l'on veut, puis que chacune des deux couples de poinçts I K, & P Q, est en inuolution avec les deux poinçts F, & H, suit que chacune d'elles est vne couple de nœuds extrêmes d'un arbre dont F, & H, sont les deux nœuds moyens doubles.

Et il est démontré que les trois couples de nœuds I K, P Q, & L M, sont en inuolution.

Partant les deux poinçts L M, sont encore vne couple de nœuds du mesme arbre dont F, & H, sont les deux nœuds moyens doubles.

Consequemment les mesmes deux poinçts L, & M, sont couplez entre eux en inuolution avec les deux poinçts F, & H.

Le mesme se peut encore deduire & conclure d'une autre façon.

D'où suit qu'à l'égard de cette coupe de rouleau C L D E M, en laquelle sont ces quatre bornes B, C, D, E, la droicte GF, est trauerfale des droictes ordonnées au but N, & que la droicte FN, est trauerfale des droictes ordonnées au but G.

Et que quand au plan d'une semblable coupe de rouleau, le but est à distance infinie d'une ordonnance de droictes qui rencontrent cette coupe, les pieces de chacune des ordonnées contenues entre leur trauerfale, & chacun des points que leur donne le bord de la figure, sont égales entre elles, & de mesme de leurs pieces contenues entre le but de l'ordonnance, & chacun des points que leur donne le bord de la figure.

D'où suit qu'au plan d'une quelconque coupe de rouleau toute droicte à l'égard de cette coupe est trauerfale de droictes ordonnées à quelque but.

Et que tout poinçt à l'égard de cette coupe y est le but de quelques droictes ordonnées d'une trauerfale.

D'où suit encore qu'estant de quelconque poinçt N, en la trauerfale GN, des droictes d'une ordonnance au but F, menée vne quelconque droicte N D C, qui rencontre le bord de cette coupe de rouleau comme en D, & C, & puis par F, but de cette ordonnance, & par l'un de ces poinçts D, menée vne autre droicte F D E, qui donne encore le poinçt E, au bord de cette coupe de rouleau.

Les deux droictes menées finalement comme N B, & E C, sont ensemble ordonnées à vne but B, au bord de la coupe de rouleau.

Car il est démontré que les poinçts C, & B, que le bord de la coupe de rouleau donne en la droicte F C O, sont couplez en inuolution avec les deux poinçts F, & O, qu'y donnent les deux droictes N G, N F.

Il est aussy démontré que les poinçts C, & B, que les droictes N Y B, N X C, donnent en la mesme droicte F O, sont de mesme couplez en inuolution avec les mesmes deux poinçts F, O, qu'y donnent les deux droictes N G, N F, donc le bord de la coupe de rouleau & la droicte N, E, donnent vne mesme poinçt B, en cette droicte F O.

D'où suit d'abondant que quand en vn plan deux quelconques droictes F C B, F D E, rencontrent comme en des bornes B, C, D, E, le bord d'une quelconque coupe de rouleau, & qu'à ces poinçts B, C, D, E, passent deux couples d'autres droictes bornales B E, C D, & B D, E C, les deux buts N, & G, des deux ordonnances de ces deux couples de droictes bornales sont en G N, trauerfale des droictes de l'ordonnance de ces deux premieres droictes comme F C B, F D E, dont le but est F.

D'où suit qu'au plan d'une quelconque coupe de rouleau B C D E, chacune des droictes F O, F H, F G, d'une mesme ordonnance entre elles est trauerfale des droictes d'une ordonnance dont le but est en leur commune trauerfale G N,

Et par conuerse, que les trauerfales O F, H F, G F, des droictes des ordonnances dont le but est en vne mesme trauerfale ou droicte N G, sont toutes d'une mesme ordonnance entre elles.

D'où suit qu'estant au plan d'une coupe de rouleau donné de position le but F, d'une quelconque ordonnance de droictes F H, F G, leur commune trauerfale G N, y est aussy donnée de position.

Et qu'y estant donnée de position vne quelconque trauerfale ou droicte G N, le but de ses ordonnées F, y est aussy donné de position.

Où l'on void en outre que les droictes comme F S, qu'on nomme touchantes à vne coupe de rouleau, sont du corps d'une ordonnance de droictes qui ne rencontrent pas toutes la figure, & ne sont chacune qu'un cas d'un cas.

D'où suit que la droicte d'une ordonnance menée au poinçt que leur trauerfale donne au

Noms imposés.

bord d'une coupe de rouleau touche cette coupe.

Et que du bord de la figure ayant mené une ordonnée à quelque diamétrale de cette coupe, & une autre droite au point de cette diamétrale couplé au point qu'y donne cette ordonnée en inuolution avec les deux points qu'y donne le bord de la figure, cette dernière droite touche cette coupe.

Or en une quelconque trauesale NG, d'une quelconque ordonnance de droites FH, FO, chacune des couples de points NG, ZH, AR, qu'y donnent les trois buts d'ordonnées A, Z, N, & leurs trauesales TGV, MHL, & ERD, sont chacune une de trois couples de nœuds en inuolution d'un arbre dont la souche est conséquemment donnée de position, assavoir à celui de ces nœuds extrêmes interieur qui se trouue couplé à la distance infinie, ou autrement le point qu'y donne la trauesale des droites ordonnées à distance infinie avec cette trauesale NG.

Qui voudra se donner le diuertissement ainsi que Monsieur Pujoz d'en faire une seule Demonstration en un plan generale de toutes especes de cas, deuancera le nettoiyement de ce Broûillon, dont la plus part des choses ont d'abord esté démontrées par le relief.

Cependant on en pourra voir icy la verité par deux reprises, une en plan, & l'autre en relief, c'est assavoir au plan du cercle ou la chose est évidente de la perpendicularité des diametrales à leurs ordonnées.

Et pour les autres especes de coupes, en reestablishant le rouleau sur cette coupe, & de suite sur sa base cercle, & s'aidant apres de la ramée de cet arbre ordonnée au sommet du rouleau par la propriété démontrée, on void la verité de cette proposition.

D'où suit aussi qu'autant de couples de droites qui sont ordonnées à un des points du bord de la coupe de rouleau, & qui passent aux deux points du mesme bord qu'y donne une quelconque droite d'une quelconque ordonnance, donnent en la trauesale de cette ordonnance autant de couples de nœuds d'une inuolution.

Il seroit long d'assembler icy non pas toutes, mais seulement les propriétés qui s'offrent à la foule, communes à toutes les especes de coupes de rouleau, & suffira d'en dire seulement quelques unes des plus évidentes, & qui seruent de moyen à decouvrir les moins évidentes.

Cependant on remarquera qu'entre les deux especes de conformation d'arbre il y en a une troisieme en laquelle de chaque couple de nœuds, toujours un est vny à la souche, ou l'entendement demeure court de mesme qu'en plusieurs autres circonstances, & cette espece de conformation d'arbre est mytoyenne entre les autres deux à souche engagée & souche dégagée.

Quand un trauesale est à distance infinie tout en est inimaginable.

Quand elle est à distance finie, ou bien elle rencontre, ou bien elle ne rencontre pas le bord de la figure.

Quand elle le rencontre, c'est ou bien à deux points desvnis, ou bien à deux points vnis, en un auquel elle touche la figure.

Quand elle ne le rencontre pas, l'arbre qu'y constituent les buts des ordonnées & leurs trauesales, est d'espece à souche engagée.

Quand elle le rencontre en deux points desvnis, cet arbre est d'espece à souche dégagée.

Quand elle le rencontre à deux points vnis en un, c'est à dire qu'elle touche la figure, cet arbre est de l'espece mytoyenne, dont l'entendement ne peut comprendre comment sont les propriétés que le raisonnement luy en fait conclure.

Mais voicy dans une proposition comme un assemblage abrégé de tout ce qui precede.

Estant donnée de grandeur & de position une quelconque coupe de rouleau à bord-courbe E, D, C, B, pour assiette ou base d'un quelconque rouleau, dont le sommet soit aussi donné de position, & qu'un autre plan en quelconque position aussi donnée coupe ce rouleau, & que l'essieu 4, 5, de l'ordonnance de ce plan de coupe avec le plan d'assiette ou base soit aussi donné de position, la figure qui vient de cette construction en ce plan de coupe est donnée d'espece & de position, chacune de ses diametrales avec leurs distinction de coniuguées & essieux, comme encore chacune des especes de leurs ordonnées & des touchantes à la figure, & la nature de chacune; leurs ordonnances, avec les distinctions possibles, sont donnez tous de generation & de position.

Car ayant par le sommet de ce rouleau mené un plan paralel au plan de coupe, ce plan de sommet donne au plan de l'assiette du rouleau une droite NH, paralelle à la droite 4, 5, laquelle NH, est trauesale d'une ordonnance de droites ML, BC, TV, dont le but F, est donné de position.

Et la droite menée par le sommet du rouleau & ce but F, est l'essieu de l'ordonnance des plans qui engendrent les diametrales de la figure que cette construction donne au plan de coupe.

De plus ayant par chacun des points de la quelconque couple H, Z , qu'y donnent le quelconque but Z , d'une ordonnance de droictes & leur trauesale HF , & par le sommet de ce rouleau mené deux droictes, les deux plans du sommet de ce rouleau & de chacune des droictes comme FZ, FH , donnent en la figure qui vient de cette construction au plan de coupe vne des couples de diametrales, qu'on nomme coniuguées, lesquels sont disposez entre eux comme les deux droictes du sommet du rouleau & de chacun des points Z, H , sont disposees entre elles, & les mesmes droictes du sommet du rouleau & des points Z, H , sont les effieux de deux ordonnances de plans qui engendrent au plan de coupe chacune vne ordonnance de droictes reciproquement ordonnées ou coniuguées entre elles, ensemble les touchantes possibles à la figure à distance ou finie ou infinie aux points que le bord donne à ces diametrales coniuguées, où l'on void que les droictes nommées *Asymptotes*, ou qui ne rencontrent le bord de la figure à aucune distance finie, y tiennent lieu tout ensemble & de diametrales de la figure, & de touchantes à ses bords à distance infinie, Toutes lesquelles choses sont évidentes du paralelisme d'entre les plans de coupe & du sommet, & de la propriété d'une ramée d'arbre ordonnée au sommet du rouleau.

Noms im-
posez.

Pour vne commodité dans cette matiere, on pourroit encore accommoder & mettre en pre-
mices trois autres propositions.

L'une qui comprenne les 17. & 18. du 5. des Elemens d'Euclide.

L'autre qui comprenne la 19. & quelques autres du mesme liure.

L'autre qui comprenne les 47. du premier, & les 12. & 13. du second des mesmes Ele-
mens.

Neantmoins de ce qui est icy, l'on void desia bien évidement plusieurs proprietes commu-
nes à toutes les especes de coupe de rouleau.

Comme entre autres, que sur la quelconque de ces coupes de rouleau peut estre construit vn
rouleau qui sera coupé selon quelconque espece de coupe donnée.

Et que quand aux deux points que le bord d'une coupe de rouleau donne à la quelconque de
ses diametrales, passent deux droictes du corps des ordonnées, autrement *Ordinales*, de ce dia-
metre, & qu'une autre quelconque droicte touche ailleurs à cette coupe, les deux pieces de ces
deux ordonnées, autrement *Ordinales*, contenuës entre cette diametrale & cette autre touchante,
contiennent vn rectangle tousiours d'une mesme grandeur, en ce qu'une autre mesme grandeur
à tousiours vne mesme raison à chacun d'eux.

Ordinales.

Et que les rectangles des deux pieces de la quelconque des ordonnées à vne diametrale d'hy-
perbole contenuës entre l'un des points qu'y donne le bord de la figure & chacun des points qu'y
donnent les deux asymptotes au non touchantes à aucune distance finie, sont aussi tous d'une
mesme grandeur veu qu'une autre mesme grandeur à tousiours mesme raison, à chacun d'eux aus-
quelles deux choses il y aura cy apres vne espece de demonstration appropriée.

Quand quatre points CG, BH , sont deux couples de nœuds d'un arbre HB , dont la
souche est A , que la piece du tronc contenuë entre les quelconques de ces deux nœuds est dia-
metre d'un cercle, & la piece contenuë entre les autres deux nœuds restans est diametre d'un
autre cercle, les bords de ces deux cercles donnent en quelconque autre droicte, ordonnée à
cette souche A , deux semblables couples de nœuds aussi d'un arbre qui a la souche A , com-
mune avec cet arbre HB .

Souche com-
mune à plu-
sieurs arbres.

Dont la Demonstration familiere en feroit inutilement ce Brotillon.

Outre qu'au lieu de cercles il peut y avoir sur les mesmes pieces d'entre les deux mesmes de
ces quatre nœuds CG, BH , deux quelconques autres coupes de rouleau disposez en certai-
ne façon que leurs bords operent la mesme chose que ceux des cercles évidement, au moyen
d'une ramée de cet arbre HB .

Et quand en vne inolution de quatre points H, G, B, F , en vn tronc BH , les deux brins
tels que GF , & BH , contenus entre les deux nœuds correspondans entre eux, sont chacun
diametre d'un cercle.

Les bords de ces deux cercles donnent en quelconque autre droicte qu'ils rencontrent or-
donnée à la quelconque des deux souches reciproques L , & A , de cette inolution H, G, B, F ,
chacun denz points aussi correspondans entre eux d'une semblable inolution de quatre points,
ayans pour souche celle des deux souches reciproques, à laquelle, comme but, cette droicte est
ordonnée avec ce tronc BH .

Et si à ces brins GF, BH , au lieu de deux cercles il y a deux coupes de rouleau quelcon-
que disposees, en certaine position, leurs bords operent le semblable que les bords des cer-
cles.

Et quand en vn tronc BH , quatre points H, G, B, F , sont en inolution, que le brin tel
que FG , somme de deux des branches moyennes de l'arbre AF, AG , est diametre d'un cercle
& que la quelconque AH , ou AB , de deux des branches extrêmes d'une couple du mesme

Noms imposés

arbre est aussi diamètre d'un cercle, & qu'au nœud extrême de l'autre restante de ces deux branches extrêmes passe vne droite du corps des ordonnées, autrement vne ordinale, à cette commune diametrale de ces deux cercles.

Cette ordinale donne en quelconque autre droite ordonnée avec cette diametrale à la source A, comme but, vn point couplé au point qu'y donne le bord du cercle sur la branche extrême, en inuolution, avec les deux points qu'y donne le bord du cercle sur la somme des deux branches moyennes, dont la figure est aisée à conceuoir pour la descrire, ou la demonstration est évidente de ce qui est dit.

Et au lieu de deux cercles s'il y a deux autres coupes de rouleau disposées en certaine façon, la mesme chose aduient, dont vne ramée fait voir la verité.

Il y a plusieurs semblables proprietés commune à toutes les especes de coupe de rouleau, qui seroient ennuyeuses icy.

La circonstance qui suit pouuoit estre cy deuant en la proposition de quatre bornes au bord d'une quelconque coupe de rouleau, mais pour des considerations elle est separée en ce Broüillon.

Quand en vn plan vne droite PH, comme tronc, rencontre en L, & M, le bord d'une quelconque coupe de rouleau B, C, D, E, que deux autres droites paralleles entre elles BC, DE, comme rameaux rencontrent en BC, & DE. le bord de la mesme figure B C D E, & aussi le tronc PH, en K, & I, qu'au quelconque des points L, que le bord de cette figure donne au tronc passe vne autre droite L, R, S, qui donne les points R, & S, à ces deux rameaux BC, DE.

Le rectangle des deux brins tels que KS, & KM, est au rectangle des brins tels que KD, KE, en mesme raison que le rectangle comme IR, IM, relatif du rectangle KS, KM, est au rectangle comme IC, IB, relatif du rectangle KE, KD.

Tellement que si la droite LRS, est posée de façon que le quelconque rectangle des deux brins tels que KS, KM, soit égal au rectangle tel que KD, KE, aussi le quelconque autre rectangle comme IR, IM, est égal au rectangle comme IC, IB, de maniere qu'ayant de l'autre point comme M, que le bord de la figure donne encore au tronc, menée vne droite MT, d'une mesme ordonnance avec ces deux rameaux parallels entre eux BC, DE, qui donne le point T, en la droite comme L, R, S.

Le rectangle de la couple quelconque de brins pliez au tronc KL, KM, contenus entre vn des nœuds K, qu'y donne vn quelconque de ces rameaux deployez ED, & chacun des nœuds L, M, qu'y donne le bord de la figure, est à son gemeau le rectangle des brins deployez comme KE, KD, contenus entre le mesme nœud K, & chacun des points ED, qu'y donne le bord de la figure en mesme raison que le brin du tronc, comme ML, d'entre les deux nœuds qu'y donne le bord de la figure, est au brin deployé comme MT, de la droite MT.

Costé droit, parametre, coadiuteur.

Que si le tronc PH, est diametrale de la figure, & les rameaux BC, DE, ses ordonnées, le brin deployé tel que MT, est la ligne nommée ailleurs *Costé droit, parametre, & icy coadiuteur*.

Car en prenant KM, pour commune hauteur des rectangles KL, KM, & KS, KM, & IM, pour commune hauteur des rectangles IL, IM, & IR, IM.

Le rectangle KL, KM, est au rectangle KS, KM, comme KL, est à KS, c'est à dire à cause du parallelisme d'entre les rameaux ED, BC, comme IL, est à IR.

Et le rectangle IL, IM, est au rectangle IR, IM, comme IL, est à IR, c'est à dire, à cause du parallelisme des rameaux ED, BC, comme KL, est à KS.

C'est à dire, que le rectangle KL, KM, est au rectangle KS, KM, comme le rectangle IL, IM, est au rectangle IR, IM.

Et alternement le rectangle KL, KM, est au rectangle IL, IM, comme le rectangle KS, KM, est au rectangle IR, IM.

Et il est demonstré que le rectangle KL, KM, est au rectangle IL, IM, aussi comme le rectangle KD, KE, est au rectangle IC, IB.

Pattant le rectangle KS, KM, est au rectangle IR, IM, comme le rectangle KD, KE, est au rectangle IC, IB.

Et alternement, le rectangle KS, KM, est au rectangle KE, KD, comme le rectangle IR, IM, est au rectangle IC, IB.

Tellement que si le rectangle KS, KM, est égal au rectangle KE, KD, le rectangle IR, IM, est aussi égal au rectangle IC, IB.

Consequemment le rectangle comme KL, KM, est au rectangle comme KS, KM, ou à son égal le rectangle KE, KD, en mesme raison que KL, est à KS, c'est à dire, à cause du parallelisme d'entre les droites KS, MT, comme ML, est à MT.

Par ainsi quand le tronc comme PH, est diametrale de la figure, & les rameaux ED, CB,

CB, sont les ordonnées, le brin comme MT, est évidemment cette ligne qu'on nomme *Cofte droit, parametre, ou coadiuteur*, & qui n'est qu'un cas d'un cas d'un cas.

Noms im- poses

De ce qui est dit cy-deuant ou aura conceu que pour mener d'un quelconque point vne droite d'une mesme ordonnance avec deux paralleles entre elles, cela s'entend que cette droite soit menée aussi parallele à ces deux, & de mesme que pour mener d'un quelconque point vne droite à un point à distance infinie en vne autre droite; cela s'entend qu'il faut mener cette droite parallele à celle où le point assigné est à distance infinie.

Encore que ce qui suit paroisse évidemment des choses cy deuant demonstrees, neantmoins:

Quand en un plan aux deux points B, & C, que le bord courbe d'une quelconque coupe de rouleau donne en sa quelconque diametrale E7C, passent deux droites EB, CD, chacune ordinale de cette diametrale E7C, qu'une autre quelconque droite LR, touche cette coupe de rouleau, en quelconque autre point L.

Le rectangle est toujours d'une mesme grandeur, des deux pieces de ces ordinales EB, CD, contenuës entre leur diametrauerfale E7C, & les points B, & D, que leur donne cette autre quelconque LR, touchante à la figure.

Car puis que les deux droites diametrale E7C, & touchante LR, sont données de position en un plan, le but A, de leur ordonnance est aussi donné de position.

Et ayant par le point L, menée LIM, trauesfale des ordonnées au point A, & qui donne encore le point M, au bord de la figure.

D'autant que la droite E7C, est diametrale de la figure, cette trauesfale LIM, est ensemble avec les deux EB, CD, ordonnée de cette diametrale E7C.

Par le point 7, qui mypartit la piece EC, de cette diametrale E7C, soit menée encore vne autre droite 7R, ordonnée aussi de cette diametrauerfale E7C, & qui donne le point R, en la touchante LR, le but de ces quatre ordonnées EB, CD, IK, 7R, est à distance infinie veu leur diametrauerfale E7C.

Soit encore menée la droite CGF, qui donne en EB, le coadiuteur EF.

Il est demonstree que les quatre points CIEA, sont en inuolution & que 7, est souche d'un arbre dont E, E, C, C, & I, A, sont des couples de nœuds.

Et que A, est souche commune à trois arbres dont EC, 7I, BD, LR, HN, & MP, sont des couples de nœuds.

Et que les quatre pieces CD, 7R, IL, EB, & encore les quatre CH, 7P, IM, & EN, sont deux à deux proportionnelles en mesme raison que les que les quatre AC, A7, AI, AE, & leurs semblables AH, AP, AM, AN, sont entre elles.

Donc le rectangle des deux branches A7, AI, est au rectangle de sa mesme hauteur AI, AI, c'est à dire, la base ou branche A7, est à son accouplée la base ou branche AI, c'est à dire, le rectangle de la couple de brins égaux entre eux & pliez 7C, 7E, est à son relatif le rectangle des brins IC, IE, comme le rectangle 7R, IL, est au rectangle de sa mesme hauteur IL, IL, ou à son égal le rectangle de la couple de brins égaux & deployez IL, IM.

Et en changeant le rectangle de la couple de brins égaux entre eux & pliez 7C, 7E, est au rectangle 7R, IL, ou à son égal le rectangle EB, CD, comme le rectangle des brins pliez IC, IE, est à son gemeau le rectangle des brins deployez IL, IM, c'est à dire, comme la piece telle que EC, de la diametrale E7C, est à la piece telle que EF, de son ordinale telle que EB.

Parant un mesme rectangle des pieces égales comme 7E, 7C, de la diametrale E7C, a mesme raison à chacun des rectangles des pieces de ses deux ordinales EB, CD, contenuës entre ses deux points comme E, & C, & la quelconque droite LRBD, qui touche la figure en quelconque point L.

Et d'autant que 7, mypartit la piece comme EC, de la diametrale E7C, le rectangle des pieces égales 7E, 7C, est le quart du rectangle de EC, EC, ou carré EC.

Et comme EC, est à EF, ainsi le rectangle EC, EC, ou carré EC, est au rectangle EC, EF, de sa mesme hauteur EC, & de mesme le rectangle 7E, 7C, quart du rectangle EC, EC, est au quart du rectangle EC, EF.

Donc le rectangle 7E, 7C, à mesme raison & au quart du rectangle des pieces, comme EC, & EF, & au rectangle des pieces, comme EB, CD, consequemment le rectangle EB, CD, est égal au quart du rectangle des pieces comme EC, EF.

Et par vne conuerſie évidente de ce qui a esté demonstree, quand la diametrale comme E7C, est le grand des effieux de la figure. le brin comme BD, est diametre d'un cercle dont la circonférence passe en deux points comme Q, & P, de façon que le rectangle des pieces de cette diametrale E7C, contenuës entre le quelconque de ces points P, & chacun des points comme E, & C, qu'y donne le bord de la figure, est encore égal au quart du rectangle EC, EF, &

Noms impo-
sez.

la piece comme EC , est égale à la somme ou à la différence des deux droïtes menées du point d'atouchement comme L , à chacun de ces points comme P , & Q . sçavoir à la somme ou à la différence des deux droïtes menées comme LP , LQ , & la touchante LD , mypartit vn des angles que ces deux droïtes menées comme QL , PL , font entre elles.

C'est à dire, que ces deux points comme Q , & P , sont les points nommez *Nombrils*, *bruslans*, ou *foyerz*, de la figure.

Et particulièrement en la coupe de rouleau nommée hyperbole, où les asymptotes X , Y , sont deux touchantes à la figure à distance infinie.

Ayant menez les deux asymptotes XQ , HY , pour touchantes à distance infinie, des choses qui precedent, on verra que les pieces de la droïte IM , contenuës reciproquement entre le bord de la figure L , & M , & chacune des deux asymptotes sont égales entre elles, c'est à dire, que IL , & IM , sont égales entre elles, & IS , IT , sont égales entre elles, & conséquemment LS , MT , égales entre elles, & MS , LT , égales entre elles.

Et en suite, que le rectangle des pieces d'une diametrale $E7C$, contenuës entre son ordonnée des atouchemens à la figure par ces asymptotes à distance infinie, & chacun des points comme E , & C , qu'y donne le bord de la figure est au rectangle des brins déployez de cette ordonnée ainsi à distance infinie contenus entre cette diametrale $E7C$, & les deux points qu'y donne le bord de la figure, en mesme raison que le rectangle comme IE , IC , est au rectangle comme IL , IM , c'est à dire, comme EC , est à EF , c'est à dire, comme le rectangle des pieces égales entre elles $7E$, $7C$, est au rectangle des pieces égales entre elles EX , CQ , des droïtes EB , CD , ordinales de cette diametrale $E7C$, & contenuës entre elle & la quelconque touchante à distance infinie XQ .

C'est à dire que, comme le quarré $E7$, est au quarré EX , c'est à dire, comme le quarré $I7$, est au quarré IS , ainsi le rectangle des brins pliez IE , IC , est au rectangle des brins égaux & déployez IL , IM .

Or des propositions qui comprennent les 5. & 6. & les 9. & 10. du second des Elemens d'Euclide.

Il est évident que le rectangle IE , IC , plus le quarré $E7$, est égal au quarré $I7$.

Et que le rectangle LS , LT , plus le quarré IM , est égal au quarré IS .

Partant puis que comme le quarré $I7$, est au quarré IS , ainsi le rectangle IE , IC , est au quarré IM , suit que le restant quarré $7E$, est au restant rectangle LS , LT , comme le rectangle IE , IC , est au rectangle IL , IM , c'est à dire, comme EC , est à EF .

D'où suit qu'en quelconque part que soit menée vne droïte comme LI , ordonnée à vne diametrale comme $E7C$, le rectangle des deux pieces de cette ordonnée contenuës entre l'un des points L , qu'y donne le bord de la figure & chacune des deux asymptotes, est toujours d'une grandeur mesme & égale au quart du rectangle des deux pieces comme EC , & EF , coadiuteur.

Quand deux cones se touchent en vne droïte c'est ou par le concaue de l'un, & par le conuexe de l'autre, ou par le conuexe des deux, & cette droïte est en vn plan qui joint ou touche en elle chacun de ces deux cones, lesquels donnent au plan de coupe qui est paralel à ce plā ainsi joint deux paraboles à commun essieu, & dont les bords ne se touchent à aucune distance finie & donnent en tout autre plan de coupe deux figures, dont les bords se touchent à distance ou finie, ou infinie.

Quand deux cones se touchent en deux droïtes separées & desvniées c'est en chacune de ces droïtes, ou bien par le connexe de l'un & par le concaue de l'autre, ou bien par le connexe de chacun d'eux, & chacune de ces droïtes est en vn plan qui touche à chacun de ces deux cones, lesquels donnent deux paraboles qui se touchent en vn point au plan de coupe paralel au quelconque de ces plans joignans ou touchans, & en tout autre plan ils donnent deux figures dont les bords se touchent en deux points à distance ou finie ou infinie.

Quand ces deux cones se touchent par le concaue de l'un, ces deux figures se touchent par le concaue de l'une.

Quand ces deux cones se touchent par le connexe de chacun d'eux, ces figures se touchent par le connexe de chacune d'elles.

Et quand le plan de coupe est paralel au plan des deux droïtes auxquelles ces deux cones se touchent, il y vient deux hyperboles, ou l'une dans l'autre, ou l'une hors de l'autre, & qu'on nomme coniuguées, ayans les vnes & les autres mesmes asymptotes, & dont les bords ne se rencontrent à aucune distance finie, ou autrement se rencontrent à distance infinie, & l'on peut voir les proprieté de cet éuenement par ce qui est deduit, comme encore en combien de manieres, & comment les bords de deux coupes quelconques de cone se peuvent rencontrer.

Quand vne boule & vn plan sont chacun immobile, ce plan à l'égard de cette boule est trauersal d'une ordonnance de droïtes dont le but est donné de position, & le but en

estant donné, la position de ce plan est donnée, le tout des choses cy devant.

Et quand plusieurs droictes ayans chacune vn poinct immobile en ce plan, se meuuent alentour de certe boule, les plans des cercles qu'elles y descriuent sont trauesfals chacun des droictes ordonnées au poinct immobile de la droicte qui le descrit, & s'entrecourent tous au but des ordonnées de ce premier plan.

Semblable propriété se trouue à l'égard d'autres maifis qui ont du rapport à la boule, comme les ouales, autrement elipses, en ont au cercle, mais il y a trop à dire pour n'en rien laisser.

Quand au plan d'vne quelconque coupe de rouleau γ Y & G H, en la quelconque droicte A F, des ordonnées d'vne trauesfale A V, le poinct trauesfal A, est couplé au but F, de ces ordonnées en inuolution avec deux quelconques autres poincts X, Q, lesquels soient considerez pour les deux nœuds moyens doubles de l'inuolution, chacune des couples de rameaux de cet arbre qui passent aux couples de nœuds extrêmes de cet arbre, comme F H, A H, & R G, Z G, déployez à ce tronc X Q, & ordonnez à des buts H, & G, au bord de la figure, & desquels vn en chaque couple comme H A, & G Z B, touche la figure, chacune des semblables couples de rameaux donne en cette trauesfale V A, vne des couples de nœuds D A, E B, d'vn meisme arbre dont la souche C, est en vne meisme droicte avec les deux souches γ , & P, du tronc γ 7 8, des meismes ordonnées au but F, qui est diametral de la figure, & cet autre tronc A F.

Or en premier lieu de l'hypothese & de ce qui est icy démontré en la droicte γ , F, T, diametrale de la figure, & des ordonnées au but F, le poinct trauesfal T, est couplé au but de l'ordonnance F, en inuolution avec les deux poincts γ 8, qu'y donne le bord de la figure, & le brin γ 8, estant mypart, en γ , ce poinct γ , est souche en l'inuolution de ces quatre poincts γ , F, 8, T.

Semblablement ayant en P, mypartyle brin X, Q, de l'inuolution des poincts X F Q A, ce poinct P, est souche de cette inuolution.

Il est dauantage manifeste des choses cy deuant démontrées que les poincts X, & Q, sont tous deux où bien au bord de la figure, où bien comme icy d'vne meisme part, hors du bord de la figure, sçauoir est tous deux ou de la part du concaue, ou de la part du connexe.

Et que quand ils sont au bord de la figure, la droicte P C, menée par ces deux souches γ , & P, est ordonnée en vn poinct de la trauesfale A V, avec la droicte H, F, D, qui lors est trauesfale des ordonnées au but A, lequel est en la droicte A F, & en la meisme trauesfale A T, & qu'ainsi ces deux poincts E, & D, sont alors vniz en vn seul & meisme poinct en cette trauesfale A V, partant hors ce cas là ces deux poincts C, & D, sont en la meisme trauesfale A, V, desvniz entre eux.

Semblablement & par meisme raison au meisme cas des deux poincts X, & Q, au bord de la figure, la meisme droicte γ , P, C, est encore ordonnée en vn poinct de la meisme trauesfale A V, avec la droicte G R E, laquelle alors est trauesfale des ordonnées au but Z, qui est en la droicte A F, & qu'ainsi ces deux poincts C, & E, sont alors vniz en vn seul & meisme poinct en cette trauesfale A V, partant hors ce cas là ces deux poincts C, & E, sont en la meisme trauesfale A, V, desvniz entre eux.

D'où il est évident qu'en vn meisme des autres deux cas les poincts comme D, & E, sont tous deux tousiours d'vne meisme part du poinct comme C, c'est à dire, que le poinct comme C, est semblablement engagé ou desgagé à chacune des deux couples de poincts D A, & E B.

Donc ayant mené la droicte G F, qui donne les poincts Y, au bord de la figure, & V, en la trauesfale A V.

Les droictes γ D, & γ B, qui donnent les poincts M, & L, aux droictes G F, & A F, la droicte F N, paralelle à la trauesfale A V, & qui donne les poincts K, N, I, aux droictes γ B, G R E, & G B.

La droicte I, γ , paralelle à la droicte B γ , & qui donne le poinct γ , en la droicte G F.

La droicte L, M, qui donne le poinct O, en la droicte γ P C.

Et finalement la droicte E P, ordonnée où que ce soit avec la droicte G F.

Maintenant le moyen ou l'ordre de cette Demonstration generale par le plan, à laquelle Monsieur Pujos à tres bonne part, est diuisé comme en deux circonstances: dont,

La premiere est de demonstrez que la droicte L M, est paralelle à la trauesfale A V,

Et la deuxiesme est de demonstrez que la droicte E P, est ordonnée au but M, ensemble avec les trois droictes F V, γ D, L M.

Cela fait, on en conclud briefuement ce que dit la proposition, assauoir, que les rectangles contenus de chacune des couples de branches C D, C A, & C E, C B, sont égaux entre eux.

*Nous impo-
sez*

Touchant la premiere de ces circonstances que LM, est parallele à la trauerfale AV.
Cy deuant il est demonstré que le brin 7 T, est au brin 7 F, en raison mesme que la composée des raisons du brin DT, au brin DV, & du brin MV, au brin MF.

Et par vn semblable raisonnement le mesme brin 7 T, est au mesme brin 7 F, en raison composée des raisons du brin BT, au brin BA, & du brin LA, au brin LF.

Ainsi la raison composée des raisons de 7 DT, à DV, & de MV, à MF.

Est la mesme que la composée des raisons de 7 BT, à BA, & de LA, à LF.

Or il est demonstré que la raison de DT, à DV, est la mesme que de BT, à BA.

Donc la restante raison de MV, à MF, est aussi la mesme que de LA, à LF.

Partant les deux droictes LM, & AV, sont paralleles entre elles.

Touchant la deuxiesme de ces deux circonstances que la droicte EP, est ordonnée au but M, ensemble avec les trois droictes LM, FV, 7D.

L'on y parvient ayant premierement demonstré que le rectangle des pieces VE, & FK, est égal au rectangle des pieces FI, & FN, en cette maniere.

De l'hypothese & de la construction, il est évident qu'en la droicte GF, les quatre poinçts G, F, Y, V, sont en inuolution, dont S, est fouche, & SY, SY, SG, SG, chacune vne couple de branches moyennes, & SV, SF, vne couple de branches extrêmes.

D'où suit que comme GV, est à GF, ainsi SG, est à SF.

Et à cause du paralelisme d'entre FN, & AV, & d'entre B7, & I3.

Comme GV, est à GF, ainsi VE, est à FN, & GB, est à GI, & GS, est à G3.

D'où suit que G3, est égale à SF, & F3, égale à GS, & qu'ainsi aussi F3, est à FS.

Mais comme F3, est à FS, ainsi aussi FI, est à FK.

Partant VE, est à FN, comme FI, est à FK.

Consequemment le rectangle des deux extrêmes VE, FK, est égal au rectangle des moyennes FN, FI.

Dauantage, de la construction le poinçt P, est fouche en l'arbre XQ, dont PA, PF, & PZ, PR, sont deux couples de branches extrêmes.

Ainsi la branche PA, est à son accouplée la branche PF, comme le rectangle des brins AR, AZ, est à son relatif le rectangle des brins FR, FZ, c'est à dire, en raison mesme que la composée des raisons de RA, à RF, ou de son égale la raison de EA, à FN, & de ZA, à ZF, ou de son égale la raison de AB, à FI, c'est à dire, que la branche PA, est à son accouplée la branche PF, comme le rectangle des pieces AE, AB, est au rectangle des pieces FN, FI, ou à son égal le rectangle des pieces EV, FK, sçavoir en la raison mesme que la composée des raisons de EA, à EV, & AB, à FK, ou de son égale la raison de LA, à LF, ou de son égale la raison de MV, à MF, c'est à dire, que le brin PA, est au brin PF, en raison mesme que la composée des raisons du brin EA, au brin EV, & du brin MV, au brin MF.

Et par la conuerse d'une cy dessus, les trois nœuds P, M, E, sont en vn mesme tronc PE, c'est à dire, que le poinçt M, est en la droicte EP, c'est à dire que la droicte EP, est ordonnée au but M, ensemble avec les trois droictes LM, 7D, & SV.

Voila comment la droicte LM, est parallele à la trauerfale AV, & comment les trois poinçts EMP, sont en vne mesme droicte.

A cause de quoy finalement comme 7 OL, est à OM, ainsi CA, est à CE.

Et semblablement comme 7 OL, est à OM, ainsi CB, est à CD.

Partant CA, est à CE, comme CB, est à CD.

Consequemment le rectangle de la couple de branches CA, CD, est égal au rectangle de la couple de branches CE, CB.

Et ainsi en la trauerfale AV, chacune des couples de poinçts AD, & EB, sont vne des couples de nœuds d'un arbre où le poinçt C, que donne la droicte 7P, est fouche.

D'où il est évident que quand les deux poinçts comme XQ, sont hors du bord de la figure de la part du concaue, l'arbre que donne cette construction en la tranefale comme A, V, est à fouche engagée.

Quand ils sont de la part du conuexe cét arbre est à fouche degagée.

Et quand ils sont au bord de la figure cét arbre est de l'espece mitoyenne.

Or de ce qui est demonstré cy deuant, il s'ensuit que cette quelconque coupe de rouleau 5Y8, estant assiette ou base d'un cone dont le sommet soit éloigné de la fouche C, perpendiculairement à la trauerfale AV, de l'interuale de l'une des branches moyennes de l'arbre que cette construction y donne, & en vn plan paralel à vn autre plan qui coupe ce cone.

Les deux droictes menées par le sommet de ce cone, & chacun de ces poinçts X, & Q, quand ils sont hors le bord de la figure de la part du concaue, donnent en la figure de coupe qui vient de cette position du plan de coupe, les deux poinçts qu'on nomme *nombrils*, *brustans*, autrement *foyers* de la figure.

De

De façon qu'estant pour assiette d'un cone, donnée de position vne quelconque coupe de rou- *Noms imposés.*
 leau à bord courbe, & en son plan vne droicte pour trauersale comme A V, & l'angle du plan de
 cette coupe avec le plan qu'y donne le plan du sommet & de cete trauersale, & en elle, ou bien la
 souche de l'arbre de cette construction comme icy le point C, ou bien deux couples des
 nœuds de cet arbre, ou bien hors d'elle vn point tel que P, ou bien vn des points tels que
 X, & Q, ou bien deux des couples de nœuds de l'arbre comme X Q.

Le sommet de ce cone est donné de position, & le cone est donné d'espece & de position, la
 figure de coupe qu'y donne cette position de plan de coupe est donnée d'espece & de position,
 tous les diametres coniuguez de la figure de coupe avec leurs distinctions, toutes les ordonnées
 & touchantes avec leurs distinctions, les costez coadiuteurs, le but de l'ordonnance de ses dia-
 metrales, & les points foyers, y sont donnez chacun de generation, d'espece, & de position.

Que si le sommet, l'assiette, la trauersale, & le plan de coupe sont donnez de position, tout le
 reste est donné semblablement de generation d'espece & de position.

Et en cette occasion se void vn particulier rapport de la ligne droicte avec la ligne circulaire, &
 les points de chacune d'elles qui ont rapport entre eux.

Et pour cet effect il ne faut sinon conceuoir que le tronc d'un arbre se meut en vn plan ayant le
 point milieu d'entre deux nœuds couplez immobile, & considerer quelle espece de ligne alors
 trace chacun des nœuds de cette couple, on trouuera que quand ce point milieu est à distance
 finie, alors chacun de ces nœuds trace vne ligne courbée en pleine rondeur, autrement cir-
 culaire, & que quand ce point milieu est à distance infinie comme de la couple de nœuds
 dont l'extrême interieur est vny à la souche, & l'extrême exterieur est à distance infinie, alors
 ce tronc en se mouuant parallelement à soy mesme, le nœud extrême interieur vny comme il
 est dit, à la souche, trace vne ligne droicte perpendiculaire à ce tronc.

En laquelle droicte se trouuent pour cette circonstance les mesmes proprietéz qu'aux lignes
 courbées en pleine rondeur ou points que tracent les nœuds de chacune des autres couples.

Et cette seule proposition fourniroit de matiere pour vn liure entier à qui voudroit en bien é-
 plucher toutes les consequences euidentes de ce qui est demonstré cy-deuant.

Où l'on void encore diuers moyens de décrire chacune des especes de coupe de cone par des
 points, & diuerses façons d'instrumens pour les tracer toutes, à conter du point, suiuant par la
 ligne droicte à chacune de ces courbes, soit au moyé de la proprieté du coadiuteur, soit au moyen
 des proprietéz des foyers, ainsi que Monsieur Chauueau depuis peu de iours en a conçu vn bien
 simple & d'autant plus gentil, mais il y auroit bien à faire à escrire tout ce qui depend de ce qui
 est icy demonstré.

Pour n'oublier les propositions articulées au bas de la deuxiesme page, & qui doiuent preceder
 tout le reste, voicy comment elles peuuent estre énoncées sur les simples droictes de la stampe.

Quand vne droicte A H, est coupée en quelconque point B, le rectangle de la somme ou
 agregé de la toute A H, avec la quelconque de ses parties A B, c'est à dire, de H F, en l'autre
 partie H B, plus le quarré de la partie adioustée A B, sont ensemble égaux au quarré de la
 toute A H, ce qui comprend les 5. & 6. du 2. des Elemens d'Euclide.

Quand vne droicte A H, est coupée en quelconque point B, le quarré de la somme ou
 agregé de la toute A H, avec la quelconque de ses parties A B, c'est à dire le quarré de H F,
 plus le quarré de l'autre partie H B, sont ensemble doubles des quarrés de la toute A H, &
 de la partie adioustée A B, ce qui comprend les 9. & 10. du 2. des Elemens d'Euclide.

Les demonstrations de chacune de ces propositions & de leurs conuerses, concludantes à ce que
 A, inpartit F H, sont euidentes.

Quand en vn plan, deux droictes d'une mesme ordonnance rencontrent vn mesme cercle les
 rectangles sont égaux entre eux des pieces de chacune de ces deux droictes contenuës entre le
 but de leur ordonnance, & chacun des deux points qu'y donne le bord du cercle, ce qui com-
 prend les 35. & 36. du 3. des Elemens d'Euclide.

Et la demonstration en est euidente des precedentes, en menant la droicte d'une mesme ordon-
 nance de ces deux & diametrale au cercle, puis les diametrales du cercle perpendiculaires à cha-
 cune de ces deux droictes, où l'on verra que la touchante, quand il y en eschet, se trouue com-
 piise en la demonstration au nombre des ordonnées, & que quand le but de l'ordonnance de ces
 droictes est au bord du cercle, l'entendement s'y trouue court, & qu'on peut y faire vne espece
 de conuerse.

Il y a telle des propositions icy demonstrées, ou telle des consequences qui s'en ensuiuent,
 laquelle comprend ensemble plusieurs des propositions des coniques d'Apolonius, mesme de
 la fin du troisieme liure. Et apres les lemmes ou premices, quatre de ces propositions contien-
 nent la dissection entiere du cone par le plan.

Et comme quand vne droicte ayant vn point absolument immobile se meut en vn plan, vn
 quelconque de ses autres points qui se meut simplement avec elle trace vne ligne simple & uni-

Noms imposés.

30
forme droite ou circulaire; on peut concevoir que cét autre point outre le mouvement que cette droite luy donne se meut encore d'un autre mouvement allant & venant au long de cette droite, en façon qu'il trace le bord d'une quelconque autre espece de coupe de rouleau.

Du contenu dans ce Broiillon il resulte que,

Touchant la Perspective.

Des droictes sujet d'une quelconque mesme ordonnance, les apparences au tableau plat sont droictes d'une mesme ordonnance entre elles & celle de l'ordonnance des sujets qui passe à l'œil, laquelle est l'essieu de l'ordonnance d'entre les plans de l'œil & de chacune de ces droictes sujet.

Touchant les Monstres de l'heure au Soleil.

En quelconque surface plate les droictes des heures sont d'une mesme ordonnance entre elles & l'essieu de l'ordonnance d'entre les plans qui donnent la diuision de ces heures.

Touchant la coupe des Pierres de taille.

En vne mesme face de mur les arestes droictes des pierres de taille sont communement d'une mesme ordonnance entre elles & l'essieu de l'ordonnance d'entre les plans des jointés qui passent à ces arestes.

Et les diuers moyens de practiquer chacune de ces choses en sont évidents.

Ceux qui ne trouueront pas icy toutes les propositions dont ils peuuent auoir eu cy-deuant communication, iugeront bien que le volume en seroit excessif.

Quiconque verra le fonds de ce Broiillon est inuité d'en communiquer de mesme ses pensées.

L. S. D.

ADVERTISEMENT.

AFIN de remplir, corriger, & reformer en ce Brouillon les obmissions & fautes de l'impression & d'autre nature en y changeant, adioustant, ou rayant, Il y faut,

Page 1. Ligne 7. ensemble des petites que leurs deux extremités opposées sont vnies entre elles, 8. leurs inimaginables grandeur, 10. proprieté dont il est, 18. tendent comme toutes, 23. il est souuent icy dit, 32. de toutes parts au mesme plan, 36. tendent comme tous, 38. de position icy nom *Essieu* de l'ordonnance, 40. tous ces plans sont, 41. dont l'essieu est, 44. dont l'essieu est, 45. quelconques plans sont, & plus auant, dont l'essieu est en, 47. en toute sa longueur.

Page 2. Ligne 2. *Rayer ces mots,* toujours également éloignée du point immobile, 8. *Rayer ces mots,* toujours également éloignée du point immobile, 11. 12. & 13. entre la ligne droite infinie & la ligne courbée d'une courbure vniforme, c'est à dire, le rapport d'entre la ligne droite infinie & la circulaire, en façon qu'elles paroissent estre comme deux especes, 19. & 20 du tronc nommée *Rameau*, 20. *Rameaux parallels* entre eux, 22. *Tronc*, 25. autre rameau ou son nœud, *Après 26. Par definition,* Plusieurs rameaux droicts déployez au tronc à l'aduenture, sont icy tous ensemble nommez *Rameure*. *Et par aduis,* Tout ce qui iusque à la page 10. est cotté de A B C D, se rapporte aux lignes simples de la *Stampe*. 27. chacune de deux pieces, 39. hors d'entre les mesmes deux points, 50. chacun de ces points, 55. *En marge,* Couple de, 57. 58. & 59. *Euclide & sa conuerse.*

Page 3. Ligne 1. brins de quelconque, *Après 4. Par aduis,* Cette proposition est apres au long au bas de la page 10. *Après 13. Par definition,* Quand les deux branches qui contiennent vn de ces rectangles egaux entre eux sont inégales entre elles, elles sont icy nommées couple de *Branches extremes*, *Après 19. Par definition,* Les deux nœuds d'une couple de branches extremes, y sont nommez couple de *Nœuds extremes*. *Après 21. Par definition,* Deux rameaux déployez au tronc qui passent aux deux nœuds d'une couple, y sont nommez couple de *Rameaux déployez au tronc*, 25. brin de rameau plié au tronc se trouue, 37. aboutissent ensemble à chacun, 42. G D, G F, & G B, G H, *Et par aduis,* On nottera que les branches & nœuds sont ordinairement énoncez par couples, & que partant en l'impression il faut separer les cottes d'une couple d'avec les cottes d'une autre couple quand ces cottes sont immédiatement en suite l'une de l'autre; & de mesme reformer les transpositions de lettres aux cottes quand il y en a, voire mesme pour une facilité l'on pourroit employer en chacune des figures toujours mesmes lettres de cottes en semblable occasion & nature de proprieté.

Page 5. Ligne 6. & 7. A G, A L, A D, A C, des deux couples, comme A G, A C, & A L, A D, 11. entre elles comme A G, A F, A D, A C, 16. cette souche A, aux nœuds de, 23. moyennes, & A F, A D, extremes, 31. A G, A C, & A F, A D, 37. brins couplez qu'elle porte G D, G F, 38. brins couplez qu'elle porte C D, C F, 55. Brouillon proiet & ces deux couples de branches moyennes ensemble ne donnent que les mesmes nœuds moyens d'une seule d'elles, 57. que donne vne couple, 61. & 1. de la page 6. branches moyennes vne d'une part & l'autre de l'autre part de la souche, chacune de ces branches moyennes donne au tronc de l'arbre vn de ces nœuds.

Page 6. Ligne 9. branches extremes d'une, 30. est apertissée iusque, 44. & vne d'extremes B H.

Page 7. Ligne 28. A C, A G, A F, A D, l'une d'une part l'autre de l'autre part de la souche A, & vne couple de, 29. qu'il y a deux nœuds moyens, 40. B G, B C, gemeau du rectangle B F, B D, 49. & au cas de ces deux, 50. couples de branches ainsi moyennes, 54. & l'enuers, aussi F D, B, 56. & 57. l'éuenement de ces deux couples de branches ainsi moyennes avec.

Page 8. Ligne 10. dauantage en ce mesme cas les deux nœuds, 23. sçauoir est lors qu'en vne droite vn point mypartit l'interuale d'entre deux autres points, 27. qui sont en ce cas chacun vn, 50. chacun des points H, & B, comme vn.

Page 9. Ligne apres 35. & alternement F H, est à F B, comme A F, ou son égale A G, est à A B, & ce qui s'en ensuit, 37. & des moyennes F A, B H, 43. dauantage F B, est à la moitié de F G, qui est F A, comme H B, 46. & 47. *Rayer ces mots superflus,* & H B, est à H C, comme F B, est à F A, moitié de F G, 51. & 52. *Rayer tout l'article entier superflu.*

Page 10. Ligne 8. F G, à F A, 10: Il faut en cet article transporter le periode, ou qui est mesme chose auant le periode, Donc aussi la raison, 16. est égale à la moyenne A C, 18. comme B H, B G, B F, B A, 32. X Y, font comme vne inuolution, 34. font encore comme vne inuolution. *Et par aduis,* En cette seule occasion sans le tirer à consequence, deux couples de



nœuds moyens simples sont comprises en ce mot, inuolution, 36. font comme vne inuolution, 38. est souche aux couples de nœuds moyens, 52. Par aduis, Cette proposition est de la figure I. 54. du quelconque de ces rameaux: Et par aduis, En vne mesme figure il y a quelquesfois des lettres en cote de mesme nom & d'espaces diuerses, & qui se rapportent de l'impression à la stampe: mais generalement tous les K, doivent estre de capitales. 61. donne le point F, à ce rameau.

Page 11. Ligne 6. & ce qui en depend où l'entendement ne void goutte, 9. Par aduis, Cette proposition est de la figure II. 13. menée conuenablement en leur plan vne de trois couples, 23. que le tronç GH, 26. d'entre le tronç GH, 56. à son relatif le rectangle FC, FG.

Page 12. Ligne, 32. Par aduis, Cette proposition est de la figure III. 47. infinie, 52. donc le rameau D K.

Page 13. Ligne 2. perpendiculaire à ce rameau GK, 22. deux comme BK, & GK, sont, 24. autre droite B D F G, menée. Et par aduis, Quelquesfois vn seul & mesme point en represente quatre en inuolution, 26. quand en vn plan, vne droite, 33. de ce triangle B G h, & la, 35. ce qui, pour la premiere partie, est euident, 39. & pour la seconde partie, en menant, Apres 41. Par aduis, Alors qu'vn droite F G B, coupe en la droite h f, vne piece comme Gf, égale à la piece comme h f, costé d'vn triangle comme h f K, cela s'appelle icy, que cette droite F G H, double ce costé h f, de ce triangle h f K.

Page 15. Ligne apres 36. Par aduis, Les plus remarquables proprietes des coupes de rouleau, sont communes à toutes les especes & les noms d'Ellipse, Parabole, & Hyperbole, ne leur ont esté donnez qu'à raison d'euuenemens qui sont hors d'elles & de leur nature. Et par aduis, Cette definition est de la figure IIII. Apres 44. Par definition, Le point qu'vne trauersale donne à son ordonnée y est nommé Trauersal. Par definition, Vne quelconque droite du corps des ordonnées d'vne trauersale, & qui ne rencontre point, ou qui seulement touche la figure, est à l'égard de cette trauersale icy nommée Ordinale, à distinction de ses ordonnées qui trauersent la figure. Par definition, Toute droite qui mypartit vne figure y est nommée Diametrale de cette figure, & Diametrauersale, eu encore égard à ses ordonnées.

Page 16. Ligne apres 3. Par forme d'eclaircissement, Quand en vn plan, aucun des points d'vne droite n'y est à distance finie, cette droite y est à distance infinie.

D'autant qu'en vn plan le point nommé centre d'vne coupe de rouleau n'est qu'un cas d'entre les innombrables buts d'ordonnances de droictes, il ne doit estre icy iamais parlé de centre de coupe de rouleau.

D'autant que toute droite qui passe au sommet d'un rouleau & au quelconque but d'ordonnance de droictes au plan de sa base, à vne propriété commune avec celle qui passe au but des diametrales de la base de ce rouleau, iamais il ne doit estre icy parlé d'essieu de rouleau.

Les droictes paralleles entre elles sont chacune d'vne & d'autre part cotees d'vne mesme lettre, qui represente le but de leur ordonnance à distance infinie.

Ligne 48. est le but de ses Ordonnées, 49. toutes les ordonnées ne, 54. contenuës entre le but de leur ordonnance & chacun des. 56. Par aduis, Cette proposition est de la figure V.

Page 18. Ligne 3. raison mesme que la composée des raisons, 6. raison mesme que la composée des raisons, 42. rouleau peut auoir, 44. donnée par vne, Et par aduis, Droictes ordonnées à vn mesme tel but, c'est à dire, qui passent ou tendent ensemble à ce tel but, 49. Par aduis, Cette proposition est de la figure, VI. 55. R O, P N, & B D, 56. contenuë entre les deux, Par definition, Deux droictes chacune parallele à vn de deux diametres d'vne coupe de rouleau coniuguez entre eux, sont icy nommées Coniugales entre elles, 57. qu'y donnent les coniugales.

Page 19. Ligne apres 26. car ayant mené les deux droictes M E, M C, veule demy cercle elles sont perpendiculaires entre elles, partant elles mypartissent chacune vn des angles que les deux droictes M A L, M I X, font entre elles. 33. aussi rectangles C L H, & C P L, 58. ainsi le rectangle tel que B R, B P, est, 59. & Z I, B 7, ou M P, M R.

Page 20. Ligne 5. & I A, I E, I C, I 7, 10. est à son accouplée. Par aduis, Cette proposition est de la figure IIII. 35. & 36. de deux quelconques de ces couples de bornales, 53. points en inuolution F, Q, H, P.

Page 21. Ligne 10. de nœuds extrêmes du mesme, 14. & conclure en autre façon, 18. au plan d'vne quelconque coupe, 24. à quelque but dont vne diametrale, autrement diametrauersale n'est qu'un cas, 26. trauersale, dont le but des diametrales n'est qu'un cas.

Page 22. Ligne apres 5. ou bien qu'ayant par vn quelconque point au bord d'vne coupe de rouleau mené à trauers la figure vne quelconque droite comme trauersale, & vne autre au but des ordonnées de cette trauersale, cette autre droite touche la figure, 10. à celui de ses nœuds, Apres 21. Ou bien de ce que dessus la chose est euidente en quelconque diametrauersale, dont en suite elle se conclud en quelconque autre droite. Apres 25. Et par

conuerse, Quand vne couple de rameaux déployez à ce tronc sont ordonnez à vn mesme point du bord de la figure, les autres deux points qu'ils y donnent encore, & le but des ordonnées de cette trauesale sont en vne mesme droicte, 28. à en decouurer des moins évidentes, 34. Quand vne trauesale, 47. *Par aduis*, Cette proposition est de la figure IIII. 61. coupe dont la droicte qui passe au sommet & au but des diametrales de la base du rouleau n'est qu'un cas.

Page 23. Ligne 1. & 2. H Z, que donnent en cette trauesale N H, le quelconque but Z, 5. lesquelles sont disposées entre elles comme, 37. *Par aduis*, Ce discours & les suiuaus sont des lignes simples de la stampe, 42. outre que A, ne demeurant pas souche, au lieu de cerceles il peut, 54. & quelques fois A, ne demeurant pas souche si à ces brins.

Page 24. Ligne 10. mesme ou semblable chose auient, 11. communes à toutes les. 20. *Par aduis*, Cette proposition est de la figure V. 21. rameaux déployez & paralels B C, D E, 35. de la figure, en mesme, 61. & que les rameaux E D.

Page 25. Ligne apres 2. cas d'un cas, d'un cas, & visible d'ailleurs en la generation. *Par aduis*, L'article suiuaus seroit mieux cy deuant. 9. *Par aduis*, Cette proposition est de la figure VII. 11. chacune ordinale de cette, 15. quelconque droicte L R, 16. que ces deux droictes, 23. ordonnée ou ordinale, 24. ordonnées ou ordinales E B, C D, I L, 7 R, Apres 26. *Par occasion*, Pour en la quelconque touchante E B, de la quelconque part E N, auoir le coadiuteur de la diametrauesale E 7 C, l'un des moyens est de mypartir l'angle que ces touchante E N, & diametrauesale E C, font de cette mesme part sur la figure avecvne droicte E V, qui donne au bord de la figure encore le point V, puis mener vne autre droicte V C, qui donne le point F, en E N, & E F, est euidentement ce coadiuteur, 28. H N, & M O, 30. C H, 7 O, I M, & E N, 31. raison que les quatre, 32. A H, A O, A M, A N, ou A D, A R, A L, A B, sont entre elles, 35. & pliez au tronc 7 C, 7 E, 58. le brin comme B D, de cette quelconque touchante L R, est diametre, 59. Q, & P, en la mesme diametrale & essieu C 7 E, de façon que.

Page 26. Ligne 1. est égale ou à la somme ou, 6. de la figure, au sujet desquels il y a beaucoup à dire, 9. ayant mené les deux asyptotes X 7 Z, & K 7 Y, 13. égales entre elles, euidentement au moyen d'une ramée, 15. par ces asyptotes, 20. E X, C Z, 22. X 7 Z, 28. égal au quarré I 7, 29. égal au quarré I S, 31. le restant quarré 7 E, 41. distance finie, mais se touchent à distance infinie. Apres 59. *Par éclaircissement*, Ayant conceu que c'est qu'une droicte trauesale des droictes d'une ordonnance, on conçoit aisément que c'est qu'un plan trauesal aussi des droictes d'une ordonnance en ce qui est des lieux à surface.

Page 27. Ligne 4. & 5. tous au but des, 6. d'autres massifs qui, 8. *Par aduis*, Cette proposition est de la figure VIII. 11. 12. 13. 14. & 15. chacune des couples de rameaux deployez à ce tronc X Q, qui passent à vne de ces couples de nœuds extrêmes, ainsi que F H, A H, & R G, Z G, & sont ordonnez à des buts H, & G, au bord de la figure, en façon que l'un des deux touche à cette figure, ainsi que H A, & Z G B, chacune dis-je des semblables couples de rameaux ainsi disposez donne en cette trauesale V A, vne, 18. figure & de cet autre tronc A F, 19. icy demonstré, en la, 20. figure & du corps des ordonnées, 32. ces deux points C, & D.

Page 28. Ligne 35. c'est à dire, qu'au tronc E P, le brin P A.

Page 30. Ligne apres 3. *Par definition*, En cette maniere de traicter des coniques toute plate coupe de cone à bord courbe est également conceuë base de cone, *Par proposition*, Estant donnez de position en quelconque espece de base plate vn cone coupé d'un autre plan, la position & l'essieu de l'ordonnance d'entre ces deux plans; Au plan de cette base en la quelconque droicte qui luy touché la piece est donnée qui soustient l'angle fait au sommet du cone par autres deux droites, dont le plan engendre au plan de coupe le coadiuteur du diametre, de la figure qu'y donne cette construction, engendré par celui des plans conuenables du sommet du cone, qui passe à ce point d'attouchement. Il y a bien encore des propositions à faire de toutes sortes en cette matiere aussi bien que de noms à imposer pour ceux à qui plaist ce diuertissement, *Par declaration de sentiment*. En Geometrie on ne raisonne point des quantitez avec cette distinction, qu'elles existent ou bien effectiuement en acte, ou bien seulement en puissance, ny du general de la nature avec cette decision, qu'il ny ait rien en elle que l'entendement ne comprenne, *A propos de la droicte infinie*. L'entendement se sent vaguer en l'espace duquel il ne sçait pas d'abord s'il continuë tousiours, ou s'il cesse de continuer en quelque endroit. Afin de s'en esclaircir il raisonne par exemple en cette façon; Ou bien l'espace continuë tousiours, ou bien il cesse de continuer en quelque endroit; s'il cesse de continuer en quelque endroit, ou que

ce puisse estre, l'imagination y peut aller en temps. Or jamais l'imagination ne peut aller en aucun endroit de l'espace, auquel cét espace cesse de continuer; Donc l'espace & conséquemment la droicte contiennent tousiours. Le mesme entendement raisonne encore & conclud les quantitez si petites que leurs deux extremittez opposées sont vnies entre elles, & se sent incapable de comprendre l'une & l'autre de ces deux especes de quantitez, sans auoir sujet de conclure que l'une ou l'autre n'est point en la nature, non plus que les propriétés, qu'il a sujet de conclure de chacune d'elles encore qu'elles semblent impliquer, à cause qu'il ne scauroit comprendre comment elles sont telles qu'il les conclud par ses raisonnemens,

Page 32. A propos de la Perspective. Ayant le deuis & la position d'une quelconque figure; Avec le compas de proportion & la droicte y diuisée en parties égales, on fait cette figure en perspective plate de quelconque grandeur & position, & selon quelconque interuale, ou distance de l'œil; Mais peu d'ouuriers scauent l'usage du compas de proportion, & beaucoup scauent l'usage de la regle & du compas commun, pour copier, reduire, ou faire cette figure proportionnellement, ou comme ils parlent, au petit pied, qui est à dire, en geometral. Or il est aussi facile de la faire en perspective avec la regle & le compas commun que de la faire en geometral, puis qu'on la fait en perspective avec eschelles de mesures perspectiues en la maniere mesme qu'on la fait en geometral avec eschelle de mesures geometrales, & qu'en toute occasion, avec la regle & le compas commun on fait eschelles conuenables de mesures perspectiues aussi bien qu'eschelle conuenable de mesures geometrales, en façon qu'il n'y a qu'à s'ayder apres des eschelles de mesures perspectiues à faire cette figure en perspective, en la maniere mesme qu'on s'ayderoit de l'eschelle de mesures geometrales à la faire en geometral, & de la pratique de ces choses il y a vn exemple imprimé dès l'année 1636.

Au feuillet de la mutuelle assistance & resistance d'entre les forces.

Page 1. Ligne 6. aisément, ce cercle ayant le centre immobile, 18. vne cause vniforme & son effet, 19. entre elles produisent deux portions: *Par aduis, Ce discours est de la figure 1X.* 35. les rencontrent & accroche souplement toutes comme, 48. & comme en DGL, DGM, ou.

Page 2. Ligne 15. vne de ses propriétés, 27. & que quand la route DG, de l'action de la puissance D, se trouue par exemple en F, alors vn quart de l'action de cette puissance D, se trouue, 33. routes droictes & paralelles, mais en sens contraire, 34. celle dont la route passe à F, doit estre quadruple de celle dont la route passe à Q, 39. balances, leuiers, contrepoids, 43. de la boule, & son centre sont vnies entre eux, Mais la nature du point qu'on nomme centre de grauité, n'est pas si nettement euidente ou expliquée pour en faire vne partie de science, qu'il ne la faille bien mieux & cognoistre & expliquer.

ATTEINTE AVX EVENEMENTS DES CONTRARIETEZ
d'entre les actions des puissances ou forces. Par le S. G. D. L.



On ne peut concevoir qu'un cercle ayant le centre immobile croist & décroist selon que son bord est forcé par l'action d'une puissance, ou de la part du concave, ou de la part du convexe, mais cette pensée ne convient point à la balance, où il ne s'agit pas de considérer comment l'action d'une puissance peut ainsi faire croistre ou décroistre un cercle : mais de considérer comment l'action de cette puissance peut faire mouvoir çà & là, plus ou moins aisément, un cercle sur son centre immobile, en concevant que cette puissance produit au plan de ce cercle son action en un sens ou autre par une ligne ou *Route* droite qui rencontre le bord de ce cercle. Noms im
posés.

Quand le centre de ce cercle est en la route de l'action de cette puissance en quelque sens que la puissance produise son action, il est évident qu'alors cette action ne fait pas mouvoir ce cercle. Route.

Et en toute autre position du centre de ce cercle qu'en la route de l'action de cette puissance, il est évident que cette action de cette puissance fait mouvoir ce cercle plus ou moins aisément, selon que le centre de ce cercle est plus ou moins éloigné d'estre en la route de l'action de cette puissance, & que la mesure de ce plus grand ou moindre éloignement de position de ce centre à l'égard de cette route, est la portion du rayon de ce cercle perpendiculaire à cette route contenue entre le centre immobile de ce cercle & cette même route.

Avec cela quand une cause & son effet sont finis ou terminés, chacun en son genre, que deux portions de la cause inégales entre elles produisent deux portions de son effet inégales entre elles, une troisième portion de la cause inégale à chacune des autres deux, produit une troisième portion de son effet inégale à chacune des autres deux, & ces trois portions de la cause sont inégales entre elles selon quelque espèce de progression en laquelle toute la cause entière est divisible; & ces trois portions de son effet sont inégales entre elles selon quelque espèce de progression en laquelle tout l'effet de la cause entière est divisible; & trois autres portions de la même cause inégales entre elles selon la progression des trois premières produisent trois autres portions de son effet inégales entre elles selon la progression des trois premières.

Maintenant quand deux puissances B, & C, produisent leurs actions chacune par une de deux routes droites BP, & CQ, parallèles entre elles & d'un même sens l'une que l'autre, comme de P, vers B, & de Q, vers C, qu'une autre troisième puissance D, produit son action par une troisième route DG, parallèle & au même plan des autres deux routes BP, & CQ, mais en un sens contraire au sens des actions des puissances B, & C, c'est à dire, comme de G, vers D, ces trois actions de ces trois puissances n'ont aucune communication entre elles.

Et quand au même plan une autre quatrième droite P, Q, toujours perpendiculaire à chacune de ces routes, les rencontre toutes comme en P, Q, F, M, L, ces trois actions de ces trois puissances ont alors de la communication entre elles au moyen de cette quatrième droite, pour cela nommée icy *Ligne de communication* d'entre les actions de ces trois puissances. Ligne de
communi-
cation.

Quand la route DG, de la puissance D, se trouve unie à la route CQ, de l'action de l'une C, des autres deux puissances B, & C, l'action alors de cette puissance D, se trouve toute appliquée à résister à la seule action de cette puissance C, sans estre aucunement appliquée à résister à l'action de l'autre des deux puissances B, & la seule action de cette puissance C, se trouve appliquée à résister à toute l'action de cette puissance D, sans que l'action de l'autre des deux puissances B, soit aucunement appliquée à résister à l'action de cette puissance D, & au contraire.

Mais quand la route de l'action de cette puissance D, se trouve divisée à chacune des routes CQ, & BP, des actions de ces autres deux puissances B, & C, & entre les mêmes deux routes BP, CQ, & comme DGL, DGM, ou DGF, l'action alors de cette puissance D, se trouve appliquée partie à résister à l'action de la puissance C, partie à résister à l'action de la puissance B, sçavoir est également, ou bien plus ou moins à l'une qu'à l'autre, selon que la route DG, se trouve également ou bien plus, ou moins proche de l'une que de l'autre des routes CQ, & BP, des actions de ces deux puissances B, & C.

Et chacune des actions de ces deux puissances B, & C, se trouve appliquée à résister à une partie de l'action de cette puissance D, sçavoir également, ou bien inégalement, c'est à dire,

l'une à une plus grande, l'autre à une moindre partie, selon que leurs routes CQ , & BP , se trouvent également, ou bien l'une plus, & l'autre moins proche de la route DG , de l'action de cette puissance D .

Tellement qu'en cette construction, outre la communication des trois actions de ces trois puissances entre elles, il y a deux autres choses encore à considérer, assavoir la cause de cette égale ou inégale application des actions de ces puissances à s'entre ayder & résister, & l'espece de progression de cette égale ou inégale application des actions de ces puissances entre elles.

Touchant cette égale ou inégale application des actions de ces puissances à s'entre ayder & résister, les mêmes puissances, ny leurs actions, ny leur route, ny leur communication, séparément ou conjointement n'en sont pas la cause; il reste donc que la longueur par laquelle cette ligne de communication PQ , mesure les internales égaux ou bien inégaux d'entre la route DG , de l'action de la puissance D , & chacune des routes CQ , & BP , des actions des deux puissances C , & B , en soit la cause.

Touchant l'espece de progression de cette égale ou inégale application des actions de ces puissances à s'entre ayder ou résister, une de ces propriétés essentielles peut la faire cognoître.

Or cette progression telle quelle soit, à cette propriété essentielle, que la route DG , de l'action de la puissance D , allant & revenant d'un bout à autre sur mêmes termes au long de la ligne de communication PQ , ces inégales applications des actions de ces puissances à s'entre ayder ou résister sont reciproques d'une part à l'autre, & les mêmes à rebours en revenant qu'en allant.

En la nature il ne paroît qu'un moyen d'avoir une telle espece de progression en ces inégales applications, assavoir que la longueur de la ligne de communication QP , qui en est la cause, soit divisée en parties égales entre elles, & que chaque action de chacune des trois puissances B , C , & notamment de la puissance D , soit conceüe aussi divisée en même nombre de parties égales entre elles que la longueur de cette ligne de communication QP , comme icy en quatre parties égales PF , FM , ML , & LQ .

Et que quand la route DG , se trouve par exemple en F , alors un quart de son action se trouve appliqué à résister à l'action de la puissance C , & les autres trois quarts se trouvent appliqués à résister à l'action de la puissance B , & que le rebours auienne quand cette route DG , se trouve en L .

Où l'on void que si le point P , est le centre immobile d'un cercle dont PQ , soit le rayon, afin que ce rayon PQ , demeure immobile entre les contraires actions de deux puissances qui produisent leurs actions par deux routes droictes en sens contraire entre elles, dont l'une soit en F , l'autre en Q , celle dont la route est en F , doit estre quadruple de celle dont la route est en Q , puis que de chaque fois qu'elle luy est égale une quatrième partie seulement de son action s'applique à résister à l'action de la puissance C , & les trois quarts s'appliquent à résister à l'action de la puissance B , c'est à dire, s'appliquent au point immobile P .

Le surplus des conséquences qu'on peut déduire de cette pensée pour toutes especes de balances, lemmieres, contre-poids, machines, mouvemens, plans inclinez, & autres, est évident, & que de là suit que si les graues de ce monde tendent au centre de la terre, le centre de gravité d'une boule permanente en une position est en la diametrale commune à la terre, & à la boule au point couplé au centre de la terre en inuolution avec les deux points qu'y donne la surface de la boule, & s'ils tendent à un but à distance infinie, le centre de gravité de la boule est à son centre, sont vnis entre eux.