EXTRAIT 1, PAGES 1 & 2

Incipit liber Abaci Compositus a leonardo filio Bonacij Pisano
In Anno. M° cc° ij.°

(…)

Cvm genitor meus a patria publicus scriba in duana bugee pro pisanis mercatoribus ad eam confluentibus constitutus preesset, me in pueritia mea ad se uenire faciens, inspecta utilitate et commoditate futura, ibi me studio abbaci per aliquot dies stare uoluit et doceri. Vbi ex mirabili magisterio in arte per nouem figuras indorum introductus, scientia artis in tantum mihi pre ceteris placuit, et intellexi ad illam, quod quicquid studebatur ex ea apud egyptum, syriam, greciam, siciliam et prouinciam cum suis uariis modis, ad que loca negotiationis tam postea peragraui per multum studium et disputationis didici conflictum. Sed hoc totum etiam et algorismum atque arcus pictagore quasi errorem computaui respectu modi indorum. Quare amplectens strictius ipsum modum indorum, et attentius studens in eo, ex proprio sensu quedam addens, et quedam etiam ex subtilitatibus euclidis geometrice artis apponens, summam huius libri, quam intelligibilius potui, in .xv. capitulis distinctam componere laboraui,

(…)

Incipit primum capitulum.

Nouem figure indorum he sunt

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Cvm his itaque nouem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur. Nam numerus est unitatum perfusa collectio siue congregatio unitatum, que per suos in infinitum ascendit gradus. Ex quibus primus ex unitatibus, que sunt ab uno usque in decem, constat. Secundus ex decenis, que sunt a decem usque in centum, fit. Tertius fit ex centenis que sunt a centum usque in mille. Quartus fit ex millenis que sunt a mille usque in decem milia, et sic sequentium graduum in infinitum, quilibet ex decuplo sui antecedentis constat.

[Ici] commence le livre du calcul rédigé par Léonard ,fils de Bonaccio, Pisan
En l'an 1202

(…)

Quand mon père était fonctionnaire de Pise à la douane de Bougie pour y aider les marchands pisans qui la fréquentaient, il me fit venir à lui alors que j'étais adolescent ; et dans l'intention de m'assurer un futur utile et commode, il voulut que j'y restasse quelques jours et qu'on m'y enseignât le calcul. Là, introduit par un enseignement admirable dans l'art des neuf chiffres indiens, j'ai aimé cette science bien plus que tout le reste, et j'ai compris ce qu'en elle on étudiait en Égypte, en Syrie, en Grèce, en Sicile et en Province, avec ses différentes méthodes, autant de places de commerce dans lesquelles je me suis rendu par la suite et où je me suis instruit par beaucoup d'étude et par le choc des discussions. Mais tout cela, l'algorisme autant que l'arc de Pythagore, je les ai considérés comme une erreur aux yeux de la manière indienne. Pour cette raison, adoptant strictement cette même manière indienne, et l'étudiant attentivement, et l'amplifiant parfois de mon propre chef, et l'augmentant parfois par les subtilités de l'art de la géométrie euclidienne, j'ai entrepris d'en réunir le tout, réparti dans les XV chapitres de ce livre, le plus clairement que je pouvais, …

(…)

[Ici] commence le premier chapitre

Les neuf chiffres des Indiens sont

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Avec ces neuf signes, et avec ce signe 0 qui est appelé zéphir en arabe, on écrit n'importe quel nombre, comme il sera démontré ci-dessous. Un nombre est en effet une collection d'unités, ou un rassemblement d'unités, dont le rang monte vers l'infini. De ces unités, qui vont de un jusqu'à dix, est fait un premier nombre. Un deuxième est fait des dizaines, qui vont de dix à cent. Un troisième est fait des centaines, qui vont de cent à mille. Un quatrième est fait des milliers, qui vont de mille à dix-mille, et ainsi on forme une suite infinie de rangs, en décuplant comme on veut celui qui le précède.

(…)

Extrait 2, pages 283 & 284

De duobus hominibus habentibus panes.

Dvo homines fuerunt, quorum primus habuit panes 3 nummales, et alter panes 2; et iuerunt spatiatum ad quemdam fontem: qui cum pariter ibi uenissent, sederunt ut commederent; et transeunte quodam milite, inuitauerunt eum, qui descendit, et commedit pariter cum eis: et cum omnes panes commedissent, miles discessit, relinquens eis bizantios 5 sue curialitatis causa. Ex quibus primus accepit bizantios 3, sicuti tres habuerat panes: alter uero sumpsit reliquos duos bizantios pro suis duobus panibus. Queritur, utrum diuisio illa recta fuerit, uel non. Quidam uero imperiti rectam fuisse asserunt, cum unusquisque unum habuerit bizantium pro unoquoque pane; sed hoc falsum est ; ideo quia ipsi tres commederunt omnes quinque panes. Vnde contingit unicuique panis $\frac{2}{3}$ 1: ergo miles panem $\frac{1}{3}$ 1 commedit, hoc est $\frac{4}{3}$ ex panibus illius, qui tres habuerat panes. Ex panibus uero alterius non commedit , nisi tantum $\frac{1}{3}$ unius panis. Quare contingunt primo homini bizantij 4, et alteri bizantius 1.

De inuentione perfectorum numerorum.

Perfectus numerus est, ex quo, acceptis suis partibus, quas ipse in integrum habet, facit eumdem numerum, ut 6, cuius partes sunt $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et alias partes preter has non habet in integrum. Et accepto $\frac{1}{2}$ de 6, scilicet 3, et $\frac{1}{3}$, scilicet 2, et $\frac{1}{6}$, scilicet 1, nimirum eadem faciunt 6; que 6 inueniuntur sic : duplica 1, erunt 2; que duplica 2, erunt 4 : de quibus tolle 1, remanent 3; qui numerus, cum sit primus, hoc est, quod non habeat regulam, multiplica ipsum per dimidium de suprascriptis 4; et sic habebis 6. Vnde si aliquem alium perfectum numerum inuenire uolueris, duplicabis iterum 4, erunt 8; de quibus tolles 1, remanebunt 7; qui numerus, cum non habeat regulam, multiplicabis eum per dimidium de 8, uidelicet per 4, erunt 28 ; qui iterum perfectus est; quia suis collectis partibus equiparatur. Partes enim ipsius sunt $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$. Rursum duplicatis 8, faciunt 16; de quibus, cum extrahitur 1, remanent 15; qui cum habeat regulam , duplicabis iterum 16, erunt 32 ; de quibus tolles 1, remanebunt 31; qui numerus, cum sit sine regula, multiplicabis eum per 16, et habebis alium perfectum numerum, scilicet 496; et sic semper faciendo, poteris in infinitum perfectos numeros reperire.

Quot paria coniculorum in uno anno ex uno pario germinentur.

Qvidam posuit unum par cuniculorum in quodam loco, qui erat undique pariete circundatus, ut sciret, quot ex eo paria germinarentur in uno anno: cum natura eorum sit per singulum mensem aliud par germinare; et in secundo mense ab eorum natiuitate germinant. Quia suprascriptum par in primo mense germinat, duplicabis ipsum, erunt paria duo in uno mense. Ex quibus unum, scilicet primum, in secundo mense geminat; et sic sunt in secundo mense paria 3 ; ex quibus in uno mense duo pregnantur; et geminantur in tercio mense paria 2 coniculorum ; et sic sunt paria 5 in ipso mense; ex quibus in ipso pregnantur paria 3; et sunt in quarto mense paria 8; ex quibus paria 5 geminant alia paria 5: quibus additis cum parijs 8, faciunt paria 13 in quinto mense; ex quibus paria 5, que geminata fuerunt in ipso mense, non concipiunt in ipso mense, sed alia 8 paria pregnantur; et sic sunt in sexto mense paria 21;

parium	1
primus	2
Secundus	3
tercius	5
Quartus	8
Quintus	13
Sestus	21
Septimus	34
Octauus	55
Nonus	89
Decimus	144
Undecimus	233
Duodecimus	377

cum quibus additis parijs 13, que geminantur in septimo , erunt in ipso paria 34 ; cum quibus additis parijs 21, que geminantur in octauo mense, erunt in ipso paria 55; cum quibus additis parjis 34, que geminantur in nono mense, erunt in ipso paria 89; cum quibus additis rursum parijs 55, que geminantur in decimo, erunt in ipso paria 144; cum quibus additis rursum parijs 89, que geminantur in undecimo mense, erunt in ipso paria 233. Cum quibus etiam additis parijs 144 , que geminantur in ultimo mense, erunt paria 377; et tot paria peperit suprascriptum par in prefato loco in capite unius anni. Potes enim uidere in hac margine, qualiter hoc operati fuimus, scilicet quod iunximus primum numerum cum secundo, uidelicet 1 cum 2; et secundum cum tercio; et tercium cum quarto; et quartum cum quinto, et sic deinceps, donec iunximus decimum cum undecimo, uidelicet 144 cum 233; et habuimus suprascriptorum cuniculorum summam, uidelicet 377 ; et sic posses facere per ordinem de infinitis numeris mensibus.

Qvatuor homines sunt, quorum primus, et secundus, et tercius habent denarios 27. Secundus itaque, et tercius, et quartus habent denarios 31; tercius , et quartus , et primus habent denarios 34. Quartus uero, et primus, et secundus habent denarios 37. Queritur, quot unusquisque habeat. Adde hos .IIII.or numeros in unum, erunt 129; qui numerus est triplum totius summe denariorum illorum .IIII.or hominum. Ideo quia in ipsam summam unusquisque eorum ter computatus est; quare diuiso ipso per 3, reddunt 43 pro eorum summa: ex qua si extraxeris denarios primi, et secundi, et tercij hominis, scilicet 27, remanebit quarto homini denarij 16. Item si ex ipsis denarijs 43

(…)

À propos de deux hommes qui possédaient des pains

C'étaient deux hommes, dont le premier avait 3 pains, et l'autre 2 ; ils se promenaient en direction d'une certaine fontaine ; y étant arrivés ensemble, ils s'assirent pour manger ; et comme un soldat passait, ils l'invitèrent ; celui-ci s'assit et mangea avec eux ; et quand ils eurent mangé tous les pains, le soldat s'en alla, leur laissant 5 besants pour sa part. Le premier homme en prit 3, parce qu'il avait fourni trois pains ; et le second prit les deux besants restants, pour valeur de ses deux pains. On demande si cette répartition était juste, ou non. En fait, certains malhabiles diront que c'était juste, parce que chacun a reçu un besant pour chaque pain ; mais c'est faux ; simplement parce que les trois ont consommé la totalité des cinq pains. Il en découle que chacun a consommé 1 2/3 de pain ; donc le soldat a consommé 1 1/3 de pain, soit 4/3, des pains de celui qui en avait trois. Et des pains de l'autre, il n'a consommé que 1/3 d'un pain. Pour cette raison, il revient au premier homme 4 besants, et à l'autre 1 besant.

À propos de l'obtention des nombres parfaits

Un nombre est parfait si l'on obtient le même nombre en additionnant ses parties constitutives, comme 6, dont les parties sont 1/6 1/3 1/2 ; et qui n'en a pas d'autres. Et si j'additionne 1/2 de 6, soit 3, et 1/3, soit 2, et 1/6, soit 1, ils feront à l'évidence 6 ; lequel 6 est obtenu de cette manière : double 1, cela fera 2 ; double 2, cela fera 4 ; retires-en 1, il reste 3 ; comme ce nombre est premier, c'est-à-dire qu'il n'a pas de diviseur, multiplie-le par la moitié du 4 ci-dessus ; et ainsi tu auras 6. Ensuite si tu veux trouver un autre nombre parfait, tu doubleras à nouveau 4, cela fera 8 ; dont tu retireras 1, il restera 7 ; et ce nombre, comme il n'a pas de diviseur, tu le multiplieras par la moitié de 8, soit 4, cela fera 28 ; qui est à son tour parfait, parce qu'il est égal à la somme de ses parties. Celles-ci sont en effet 1/28, 1/14, 1/7,1/4, 1/2. À nouveau, doubler 8 donne 16 ; quand on en retire 1 il reste 15 ; comme celui-ci a des diviseurs, tu doubleras à nouveau par 16 ; dont tu enlèveras 1, il restera 31 ; comme ce nombre n'a pas de diviseurs, tu le multiplieras par 16, et tu auras un autre nombre parfait, soit 496 ; et en procédant toujours ainsi, tu pourras trouver des nombres parfaits à l'infini.

Combien de couples de lapins seront issus d'un couple en une année

[nombre de] couples
1
premier [nombre]
2
deuxième
3
troisième
5
quatrième
8
cinquième
13
sixième
21
septième
34
huitième
55
neuvième
89
dixième
144
onzième
233
douzième
377

Quelqu'un a déposé un couple de lapins dans un certain lieu, clos de toutes parts, pour savoir combien de couples seraient issus de cette paire en une année, car il est dans leur nature de générer un autre couple en un seul mois, et qu'ils enfantent dans le second mois après leur naissance. Parce que le couple ci-dessus enfante le premier mois, double-le, cela fera deux couples en un mois. Dont un, à savoir le premier, enfante le deuxième mois ; et ainsi, le deuxième mois, il y a 3 couples ; dont en un mois deux engendrent ; et le troisième mois naissent 2 couples de lapins ; et ainsi il y a 5 couples ce mois-là ; qui ce même mois engendrent 3 couples ; et il y a le quatrième mois 8 couples ; dont 5 couples engendrent 5 autres couples : lesquels, ajoutés aux 8 couples, représentent 13 couples le cinquième mois ; dont 5, nés ce même mois, ne donnent pas naissance ce même mois, mais les 8 autres couples engendrent ; et ainsi, le sixième mois on a 21 couples ; qui ajoutés aux 13 couples nés le septième mois, donnent ce mois-là 34 couples ; qui ajoutés aux 21 couples nés le huitième mois, donnent ce mois-là 55 couples ; qui ajoutés aux 34 couples nés le neuvième mois, donnent ce mois-là 89 couples ; qui ajoutés aux 55 couples nés le dixième mois, donnent ce mois-là 144 couples ; qui ajoutés aux 89 couples nés le onzième mois, donnent ce mois-là 233 couples. Qui ajoutés aux 144 couples nés le dernier mois, donnent 377 couples ; et c'est autant de couples que le couple ci-dessus a engendrés dans cet enclos en une année. Tu peux voir en effet dans cette marge comment nous avons calculé cela, c'est-à-dire comment nous avons joint le premier nombre au deuxième, soit 1 à 2 ; et le deuxième au troisième ; et le troisième au quatrième ; et le quatrième au cinquième, et ainsi de suite, jusqu'à ce que nous ayons joint le dixième au onzième, c'est-à-dire 144 à 233 ; et nous avons obtenu la somme des lapins écrits ci-dessus, c'est-à-dire 377 ; et tu peux procéder ainsi dans l'ordre avec un nombre infini de mois.

Il s'agit de quatre hommes, dont le premier, le deuxième et le troisième ont 27 deniers. Le deuxième, le troisième et le quatrième ont 21 deniers ; le troisième, le quatrième et le premier ont 34 deniers ; le quatrième, le premier et le deuxième ont 37 deniers. On demande combien en possède chacun. Additionne ces IIII nombres en un, cela fait 129 ; lequel nombre est le triple de la somme de tous les deniers de ces IIII hommes. Cela parce que dans cette somme chacun d'eux est compté trois fois ; pour cette raison je le divise par 3, il reste 43 pour leur somme ; si tu en extrais les deniers du premier homme, et du deuxième et du troisième, soit 27, il restera 16 deniers au quatrième homme. De même (…)

EXTRAIT 3, PAGES 406-408

Incipit pars tertia de solutione quarumdam questionum secundum Modum algebre et almuchabale, scilicet ad proportionem et restaurationem.

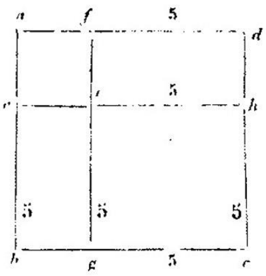
AD composictionem quidem elgebre (*sic*), et elmulchabale tres proprietates, que sunt in quolibet numero, considerantur, que sunt radix, quadratus, et numerus simples. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se, et prouenit aliquid. Tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati ; et multiplicatus sui quadrati est radix. Vt cum multiplicatur 3 in se, ueniunt 9. Sunt enim 3 radix de 9; et 9 sunt quadratus ternarii. Et cum numerus non habet respectum ad quadratum uel radicem, tunc sinpliciter numerus appellatur: he autem in solutionibus questionum inter se equantur sex modis, ex quibus tres sunt simplices, et tres compositi. Primus quidem modus est, quando quadratus, qui census dicitur, equatur radicibus. Secundus quando census equatur numero ; tertius quando radix equatur numero. Vnde cum in aliqua questione inuenientur census, uel partes unius census equari radicibus, uel numero, debent reddigi ad equationem. Vnius (*sic*) census per diuisionem ipsarum in numerum censuum. Verbi gratia : cum duo census equantur .x. radicibus, diuides radices per numerum census, scilicet 10 per 2, exibunt radices 5, que equantur uni censui, hoc est radix census est 5, et census est 25; quia quot radices equantur censui, tot unitates sunt in radicem census.

(…)

his autem ostensis, reliquos tres modos compositos demonstremus. Primus enim modus est, quando census et radices equantur numero. Secundus, quando radices et numerus equantur censui ; tercius modus est, quando census et numerus equantur radicibus.

(…)

Verbi gratia : census et decem radices equentur 39 . Dimidium itaque ex radicibus est 5; quibus in se multiplicatis faciunt 25; quibus additis cum 39 faciunt



64; de quorum radice, que est 8, si auferatur medietas radicum, scilicet 5, remanebunt 3 pro radice quesiti census. Quare census est 9, et ipsius decem radices sunt 30; et sic census, et decem radices equantur 39. Nam unde hec regula procedat, per duplicem figuram ostendere procurabo: adiaceat siquidem tetragonum *.a.b.c.d.* habens in singulis lateribus amplius quam ulnas 5; et accipiatur super latus *.a.b.* punctus *.e.*, et super latus *.a.d.* punctus *.f.*, et super latus *.b.c.* punctus *.g.*, et super latus *.c.d.* punctus *.h.*; et sit una quaque (*sic*) rectarum *.b.e.*, *c.g.*, et *.c.h.* et *.d.f.* ulnarum 5; et compulentur (*sic*) recte *.e.h.* et *.f.g.* ; et quia tetragonum est quadrilaterum *.a.c.* , erit latus *.d.a.* equalis lateri *.b.a.* ; et cum de equalibus equalia auferantur , que remanent erunt equalia; quare si ex *.d.a.* auferatur *.d.f.*, et ex *.b.a.* auferatur *.b.e.*, quarum unaqueque est 5 , remanebit siquidem *.e.a.* equalis recte *.f.a.* : sed recte *.a.e.* equalis est recta *.f.i.* , cum equalis sit recta *.f.g.* recte *.a.b.* ; est enim recta *.i.g.* equalis recte *.e.b.*: propter eadem ergo et recta *.e.i.* equalis est recte *.a.f.*, cum recta *.e.h.* sit equalis recte *.a.d.*, et recta *.i.h.* | recte *.f.d.*: tetragona ergo sunt quadrilatera *.e.f.* et *.g.h.*: ponam itaque pro censsu (*sic*) quesito quadrilaterum *.e.f.*, quod est ignotorum laterum , cuius radix est unaqueque rectarum *.e.i.* et *.i.f.* ; sed recte *.e.i.* adplicata est superficies rectiangula *.b.i.*, que est quinque radices census *.e.f.* , cum ipsa superficies adplicata sit super radicem eius, et sit 5 unaqueque rectarum *.e.b.i.g.*: similiter et superficies *.i.d.* constat ex 5 radicibus census *.e.f.*, cum sit applicata super radicem ipsius, scilicet super latus *.i.f.*; et sit 5 una queque rectarum *.f.d.* et *i.h.*; sed quia census et 10 radices equantur denariis 39 ; erunt ergo 39 predicte tres superficies, que sunt *.e.f.*, *b.i.*, *i.d.*; quibus si addantur 25, scilicet tetragonum *.g.h.*, cuius unum quodque latus est 5, habebuntur 64 pro toto tetragono *.a.b.c.d.*; quorum radix, scilicet 8, est longitudo uniuscuiusque lateris eius: quare si auferatur ex *.b.a.* recta *.b.e.*, silicet 5 de 8, remanebunt 3 pro linea *.e.a.* : ergo radix quesiti census est 3, et census est 9; quo addito cum decem suis radicibus, faciunt 39, ut opportet.

(…)

[Ici] débute la troisième partie sur la résolution de certains problèmes au moyen de l'algèbre et de l'almuchabala, autrement dit par proportion et restauration

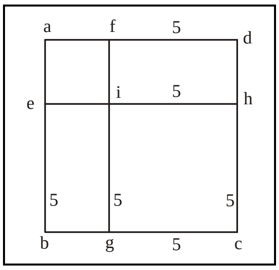
Dans la composition de ce qu'on appelle l'algèbre et l'almuchabala, trois propriétés qui sont en nombre quelconque sont prises en compte ; il s'agit de la racine, du carré, et du nombre simple. Quand un nombre est multiplié par lui-même, ce qui provient de la multiplication est le carré du multiplié ; et le multiplié est la racine de son carré. Ainsi, quand 3 est multiplié par lui-même, il vient 9. En effet 3 est la racine de 9, et 9 est le carré de trois. Et comme un nombre n'a pas de lien avec un carré ou une racine, il est appelé simplement nombre. De plus, dans les solutions des problèmes il existe six modes, dont trois sont simples et trois composites. Le premier mode, c'est quand un carré, qu'on appelle *census*, est égal à des racines. Le deuxième, quand un *census* égale un nombre. Le troisième, quand une racine égale un nombre. Lorsque dans un problème on trouve qu'un *census*, ou que des parties d'un *census*, égalent des racines ou un nombre, ils doivent être réduits à une équation. D'un seul *census*, en divisant ceux-ci par le nombre de *census*. Par exemple : quand deux *census* égalent X racines, tu divises les racines par le nombre de *census*, soit 10 par 2, il en sort 5 racines, qui égalent un *census*, c'est-à-dire que la racine du *census* est 5, et le *census* est 25. Car il y a autant d'unités dans la racine du *census*, que de racines égales au *census*.

(…)

Cela montré, nous allons exposer les trois modes composites restants. Le premier mode, c'est quand des *census* et des racines égalent un nombre. Le deuxième, quand des racines et un nombre égalent des *census* ; le troisième mode, c'est quand des *census* et un nombre égalent des racines.

(…)

Par exemple. Un *census* et dix racines égalent 39. La moitié du nombre de racines est 5 ; qui multipliés par eux-mêmes donnent 25 ; qui ajoutés à 39 donnent 64 ; dont la racine est 8 ; si on lui soustrait la moitié du nombre de racines, soit 5, il reste 3 pour la racine du *census* cherché. Donc le *census* est 9, et ses dix racines sont 30 ; et ainsi le *census* et les dix racines égalent 39. Je vais montrer d'où vient cette règle en utilisant deux dessins. Soit un carré *abcd* dont chaque côté est plus long que 5 aunes ; et prenons sur le côté *ab* un point *e* , et sur le côté *ad* un point *f*, et sur le côté *bc* un point *g*, et sur le côté *cd* un point *h* ; et ainsi chacune des droites *be*, *cg*, *ch*, et *df* mesure 5 aunes ; on réunit les droites *eh* et *fg* ; et parce que le quadrilatère *ac* est un carré, le côté *da* sera égal au côté *ba* ; et puisque lorsqu'on soustrait des choses égales de choses égales il reste des choses égales, si de *da* on soustrait *df*, et de *ba* on soustrait *be*, dont chacune vaut 5, il restera *ea* égal à la droite *fa* ; mais la droite *ae* est égale à la droite *fi*, comme la droite *fg* est égale à la droite *ab* ; en effet la droite *ig* est égale à la droite *eb* ; pour les mêmes raisons la droite *ei* est égale à la droite *af*, comme la droite *eh* est égale à la droite *ad*, et la droite *ih* à la droite *fd* ; de ce fait les rectangles *ef* et *gh* sont des carrés ; je vais prendre alors comme *census* cherché le carré *ef*, dont les côtés sont inconnus, dont la racine est l'une ou l'autre des droites *ei* et *if* ; mais la droite *ei* appliquée [à la doite *ig*] est la superficie du rectangle *bi*, qui vaut cinq racines du *census ef* ; […] ; de même, la superficie de *id* vaut 5 racines du *census ef*, car elle est appliquée sur la racine de celui-ci, soit sur le côté *if* ; et soit 5 la longueur de l'une des droites *fd* et *ih* ; mais parce que le *census* et 10 racines valent 39 deniers, les trois surfaces susdites, à savoir *ef*, *bi* et *id*, vaudront 39 ; auxquelles si on ajoute 25, soit le carré *gh*, dont chaque côté vaut 5, on aura 64 pour tout le carré *abcd* ; dont la racine, à savoir 8, est la longueur de l'un de ses côtés ; alors si on soustrait de *ba* la droite *be*, soit 5 de 8, il restera 3 pour la droite *ea* ; donc la racine du *census* cherché est 3, et le *census* est 9 ; dont l'addition à ses dix racines donne 39, comme il le fallait.



Extrait 4, pages 173-174

Incipit pars tertia de questionibus arborum et similium quare soluctiones fiunt.

Est arbor, cuius $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ latet sub terra; et sunt palmi 21: queritur quanta sit arboris illius longitudo: quia $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ reperiuntur in 12, intellige ipsam arborem esse in partes 12 equales diuisam; quarum tertia, et quarta, scilicet partes 7, sunt palmi 21: quare proportionaliter est sicut 7 ad 21, ita partes 12 ad longitudinem arboris. Et quia cum quattuor numeri sunt proportionales, est equa multiplicatio primi in quartum multiplicationi secundi in tertium: quare si multiplicaueris secundum 21 per tertium 12 notos, et diuides per primum numerum similiter, scilicet per 7, exibunt 36 pro quarto ignoto numero, scilicet pro illius arboris longitudine: uel quia 21 tripla sunt de 7, accipe triplum de 12, et habebis similiter 36.

Est enim alius modus quo utimur, uidelicet ut ponas pro re ignota aliquem numerum notum ad libitum, qui integraliter diuidatur per fractiones, que ponuntur in ipsa questione: et secundum positionem illius questionis, cum ipso posito numero studeas inuenire proportionem cadentem in solutione illius questionis. Verbi gratia : numerus quesitus huius questionis est longitudo arboris: quare pone ipsum esse 12, cum integraliter diuidantur per 3, et per 4, que sunt sub uirgis: et quia dicitur $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ arboris sunt 21, accipe $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ de 12 positis, erunt 7; que si essent 21 fortuitu utique haberemus propositum, uidelicet quod illa arbor esset palmorum 12. Sed quia 7 non sunt 21; cadunt ergo proportionaliter sicut 7 ad 21, ita posita arbor ad quesitam, scilicet 12 ad 36: quare consueuit dicere: pro 12, que pono, ueniunt 7; quid ponam, ut ueniant 21: et cum ita dicitur, multiplicandi sunt insimul numeri extremi, scilicet 12 per 21; et summa diuidenda est per reliquum numerum.

[Ici] commence la troisième partie, sur les problèmes d'arbres et similaires, pour lesquelles des solutions sont trouvées.

C'est un arbre, dont 1/4 1/3 se trouve sous terre, et qui mesure 21 palmes ; on demande quelle est la longueur de cet arbre ; parce que 1/4 1/3 se retrouvent dans 12, comprends que cet arbre est divisé en 12 parties égales ; dont la troisième, et la quatrième, c'est-à-dire 7 parties, mesurent 21 palmes ; alors, comme 7 est en proportion avec 21, de même les 12 parties [le seront] avec la longueur de l'arbre. Et parce que les quatre nombres sont en proportion, la multiplication du premier par le quatrième est égale à celle du deuxième par le troisième ; alors, si tu multiplies le deuxième 21 par le troisième 21 qui sont connus, et tu divises de même par le premier nombre, soit par 7, il sort 36 pour le quatrième nombre, inconnu, c'est-à-dire pour la longueur de cet arbre ; parce que 21 est le triple de 7, prends le triple de 12, et tu auras de même 36.

Mais il y a une autre manière que nous utilisons, à savoir que tu poses pour la quantité inconnue un certain nombre selon ton gré, qui est divisible entièrement par les fractions qui figurent dans ce problème ; et en suivant les indications de ce problème, avec ce nombre essaye de trouver la proportion apparaissant dans la solution du problème. Par exemple, le nombre demandé dans ce problème est la longueur de l'arbre ; alors pose qu'elle est 12, parce qu'il se divise complètement par 3 et par 4, qui sont sous la barre [de fraction] ; et parce qu'il est dit que 1/4 1/3 de l'arbre valent 21, calcule 1/4 1/3 de ce 12, ce sera 7 ; lesquels s'ils étaient par hasard 21, nous aurions la solution, c'est-à-dire que cet arbre mesure 12 palmes. Mais parce que 7 ne sont pas 21, il apparaît que tout comme 7 est proportionnel à 21, de même [doit l'être] l'arbre en question, c'est-à-dire comme 12 est à 36 ; pour cette raison il y a lieu de dire : pour 12 que je pose il vient 7 ; que dois-je poser pour que viennent 21 ; et comme il est dit, il faut multiplier entre eux les nombres extrêmes, soit 12 par 21 ; et diviser la somme par le nombre restant.

EXTRAIT 5, PAGES 318-319

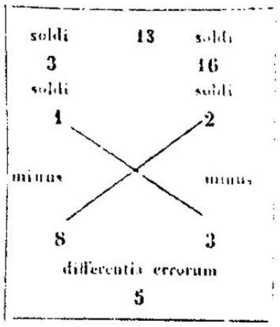
Incipit capitulum 13 de regulis elchatayn, qualiter per ipsam fere omnes questiones abaci soluuntur.

Elchataieym quidem arabice, latine duarum falsarum posicionum regula interpretatur, per quas fere omnium questionum solutio inuenitur ; ex quibus una est illa , per quam in tercia parte duodecimi capituli regulas arborum, et similium soluere docuimus. In quibus totum elchataicym, scilicet duas positiones, ponere non opportet, cum per unam earum ipse questiones solui possint: et tamen qualiter ipse, et multe alie questiones per elchataicym solui debeant, uolumus demonstrare. Ponuntur enim ipse due false posiciones fortuitu. Vnde occurrunt quandoque ambe minores ueritate, quandoque maiores, quandoque una maior, et altera minor: et inuenitur solutionum ueritas secundum proporcionem differentie unius positionis ad aliam, hoc est quod cadit in regula quarte proportionis, in qua tres numeri sunt noti; per quos quartus ignotus, scilicet solutionis ueritas, reperitur; quorum primus numerus est differencia numeri unius false posicionis ad aliam. Secundus est adpropinquacio, que fit ueritati per ipsam differenciam. Tercius est residuum, quod est ad adpropinquandum ueritati. Que, qualiter fiant, primum in regula cantarii demonstrare uolumus, ut ipsis tribus differentiis subtiliter in cantario demonstratis , aliarum questionum solutiones per elchataieym subtiliter ualeas intelligere.

UAleat enim cantare, scilicet Rotuli 100, libras 13; et queratur quantum ualeat Rotulus 1: ponimus fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldum 1; ergo Rotuli 100, scilicet cantare, ualebit ea ratione soldos 100, scilicet liber (*sic*) 5: set quia precium cantarij est libre 13, ideo hec prima posicio falsa est; et distat ad ueritate libre 8, scilicet differentia , que est a liber 5 usque ad liber 13. Vnde pro precio ipsius Rotuli ponamus soldos 2, scilicet soldum 1, plus prima posicione, quam racione cantare ualebit soldos 200, scilicet libras 10; et hec similiter posicio falsa est, et longe a ueritate libre 3, scilicet differencia, que est a libris 10 usque in libris 13. Nam in prima posicione fuimus longe a ueritate libre 8. In secunda libre 3. Ergo per differencia , que est a prima posicione in secunda, scilicet per soldum 1, appropinquauimus ueritati libris 5, scilicet differentia, que est a libris 8 usque in libris 3 ; et desunt adhuc adpropinquandum libre 3: quare dices : per denarios 12, quos addidi precio Rotuli unius, appropinquaui precio cantarii libris 5; quid superaddam ergo precio eiusdem Rotuli, ut adpropinquem libris 3, que desunt supra secundam posicionem a precio eiusdem cantarij: multiplica ergo extremos numeros, et diuides per medium, secundum quod in regulis arborum et similium demonstrauimus, uidelicet 12 per 3 ; et diuides per 5, qui est medius numerus, exibunt denarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis super soldos 2, qui positi fuerunt in secunda positione, habebis pro precio unius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7:

(...)

Est enim alius modus elchataym; qui regula augmenti, et diminucionis appellatur, in quo ponuntur errores sub posicionibus suis; et multiplicatur error primus per positionem secundam; et error secundus per positionem primam. Et si erores fuerint ambo diminuti, uel ambo additi, extraitur minor summa predictarum multiplicationum de maiori; et residuum diuiditur per differentiam errorum; et sic inuenitur solucio questionum: et si unus fuerit error additus, et alter diminutus, tunc adduntur insimul ambe multiplicaciones, et summa diuiditur per errorum cumiunctionem. Verbi gratia: posuimus superius proporcio (*sic*) unius Rotuli soldum 1, cum quo errauimus in libris 8 diminutis; quare pones 8 sub 1; et notabis minus super 8, cum sint diminuta: deinde quia in secunda posicione posuimus soldos 2 pro precio eiusdem Rotuli, et errauimus adhuc in libris 3 diminutis, pones soldos 2 ante primam posicionem; et sub ipsis pone errorem eorum, scilicet libras 3; super quas notabis iterum minus, cum sint iterum deficientes; et multiplicabis soldos 2 per numerum primi erroris, erunt soldi 16; et soldus 1 per numerum erroris secundi, erunt soldi 3. Et quia ambo errores fuerunt diminuti, extrahe minorem multiplicationem de maiori, scilicet 3, de 16, remanent soldi 13; quibus diuisis per differenciam errorum, scilicet per 5, ueniunt soldi $\frac{3}{5}\,2$, ut superius inuenimus.



(…)

[Ici] débute le chapitre 13 sur les règles elchatayn, comment grâce à elles presque tous les problèmes de calcul sont résolus

[Ce qu'on appelle] elchataym[1] en arabe est appelé en latin la règle des deux fausses positions, par lesquelles on trouve la solution de presque tous les problèmes. L'une d'elles est celle par laquelle nous avons montré, dans la troisième partie du douzième chapitre, comment résoudre les problèmes d'arbres et similaires. Dans ces derniers, il n'y a pas lieu d'utiliser tout elchataiem, c'est-à-dire deux positions, puisqu'ils peuvent être résolus par une seule ; mais nous allons montrer comment ceux-ci, et de nombreux autres problèmes, peuvent être résolus par elchataiem. On pose deux fausses positions au hasard. D'où sortent parfois deux résultats inférieurs à la vérité, parfois les deux supérieurs, parfois l'un supérieur et l'autre inférieur ; et la vérité est trouvée au moyen de la proportion de la différence entre une position et l'autre, c'est ce qui arrive dans la règle des quatre proportions, dans laquelle trois nombres sont connus ; par lesquels le quatrième inconnu, c'est-à-dire la vérité, est trouvé ; de ceux-ci, le premier nombre est la différence entre une fausse position et l'autre. Le deuxième est l'écart entre la vérité et cette différence. Le troisième est le reste, qu'il faut pour atteindre la vérité. Comment cela fonctionne, nous voulons d'abord le démontrer dans le problème des cantares[2], pour que tu puisses comprendre comment, par les trois différences démontrées subtilement dans le problème de cantares, on résout subtilement les autres problèmes par elchataieym.

1. On remarque que Léonard n'est pas très fixé sur la translittération d'*elchataym*.
2. Le cantare était une unité pisane de poids, divisée en 100 rotuli.

Admettons qu'un cantare, donc 100 rotuli, vaut 13 livres. Et on demande ce que vaut 1 rotulo ; posons au hasard qu'un rotulo vaut 1 sou ; donc 100 rotuli, soit un cantare, vaudront dans ce cas 100 sous, c'est-à-dire 5 livres ; parce que le prix du cantare est de 13 livres, on voit que cette première position est fausse ; et elle est éloignée de la vérité de 8 livres, c'est-à-dire de la différence entre 5 livres et 13 livres. Posons ensuite comme prix du même rotulo 2 sous, c'est-à-dire 1 sou de plus que la première position ; alors le cantare vaudra 200, soit 10 livres ; or cette position est aussi fausse, éloignée de 3 livres de la vérité, ce qui est la différence entre 10 livres et 13 livres. Ainsi dans la première position nous étions éloignés de la vérité de 8 livres. Et dans la seconde de 3 livres. En conséquence, par la différence entre la première position et la seconde, à savoir 1 sou, nous nous sommes approchés de 5 livres de la vérité, c'est-à-dire de la différence entre 8 livres et 3 livres ; et il manque alors 3 livres pour s'approcher. Alors tu dis : pour 12 deniers, que j'ai ajoutés au prix d'un rotulo, je me suis approché de 5 livres du prix du cantare ; que dois-je alors ajouter au prix de ce même rotulo pour me rapprocher de 3 livres, qui manquent ci-dessus dans la seconde position au prix de ce cantare ? Multiplie alors les nombres extrêmes, et divise par celui du milieu, en suivant ce que nous avons montré dans le problème des arbres et similaires, à savoir 12 par 3 ; et divise par 5, qui est le nombre du milieu, il en sort 7 1/5 deniers ; qui ajoutés aux 2 sous ci-dessus, qui ont été posés dans la seconde position, tu auras pour prix d'un rotulo 2 sous et 7 1/5 deniers.

(…)

Il existe une autre manière de pratiquer elchataym, qui est appelée règle de l'augmentation et de la diminution, dans laquelle on écrit les erreurs sous leurs positions respectives, et on multiplie la première erreur par la seconde position, et la seconde erreur par la première position. Et si les erreurs sont toutes deux de diminution, ou toutes deux d'addition, on soustrait la plus petite somme des multiplications ci-dessus de la plus grande ; et on divise le reste par la différence des erreurs ; et c'est ainsi qu'on trouve la solution du problème. Et si une erreur est d'addition, et l'autre de diminution, alors on additionne les deux multiplications, et on divise cette somme par la somme des erreurs. Par exemple : posons comme première position 1 sou pour un rotulo, avec quoi nous sommes tombés faux de 8 livres de diminution ; alors écris 8 sous 1 ; et écris minus au-dessus de 8, car on est en diminution ; ensuite, parce qu'en seconde position nous avons posé 2 sous comme prix du même rotulo, et nous sommes tombé faux de 3 livres de diminution, écris 2 sous devant la première position ; et au-dessous écris leur erreur, à savoir 3 livres ; au-dessus desquelles écris à nouveau minus, car on est de nouveau en diminution ; et multiplie 2 sous par le nombre de la première erreur, soit 16 sous ; et 1 sou par le nombre de la seconde erreur, c'était 3 sous. Et parce que les deux erreurs sont de diminution, soustrais la plus petite multiplication de la plus grande, soit 3 de 16, il reste 13 sous ; divise ceux-ci par la différence des erreurs, soit par 5, il vient 2 3/5 sous, comme nous avons trouvé ci-dessus.